

## От таблицы к функции

Как получить интерполяционную функцию двух аргументов?

Отвлечемся и вспомним сюжет одного старого польского фильма «Гангстеры и филантропы»<sup>1</sup>. Одного человека уволили с работы из-за того, что он по халатности устроил взрыв по месту службы в химической лаборатории. Он заходит в ресторан и с горя заказывает себе стакан водки и закуску — селедку с хлебом (см. рис. 1). В печальных раздумьях этот химик машинально вытаскивает из нагрудного кармана пиджака ареометр и начинает им помешивать водку в стакане. Персонал думает, что это контролер, проверяющий крепость напитка (не разбавляют ли водку водой), и даёт ему взятку. Безработный химик догадывается, что к чему, и начинает так «химичить» и в других ресторанах Варшавы.



**Рис. 1**

Кадр из фильма «Гангстеры и филантропы»

Ареометр — это один из подручных измерительных приборов химиков-аналитиков. Прибор представляет собой стеклянный поплавочный прибор со шкалой погружения. Ареометром можно измерить плотность раствора, а затем по ней определить его концентрацию. Автовладельцы старшего поколения сразу вспомнят свинцовые аккумуляторы с залитым в них раствором серной кислоты. её концентрацию нужно было периодически проверять специальным ареомет-

---

<sup>1</sup> Его можно посмотреть на YouTube.

ром и подливать в аккумулятор при необходимости дистиллированную воду<sup>2</sup>, которая со временем испарялась, что требовало новой проверки. Если шкалу ареометра разметить в градусах (процентах) спиртных напитков, то он будет называться градусником, вернее, спиртометром. Градусник — это совсем другой измерительный прибор, который тоже нужно опустить в раствор. Только мольная концентрация не зависит от температуры (отношение количества растворённого вещества к массе растворителя).

Давайте оценим теплофизические параметры водки в среде SMath с подгруженным к ней пакетом функций CoolProp. Это будет вычислительным экспериментом. Отечественную математическую программу SMath можно свободно за пару минут скачать с сайта ([www.smath.com](http://www.smath.com)), а затем дооборудовать её функциями, возвращающими теплофизические свойства жидкостей, газов и их смесей. Это делается через цепочку команд Сервис/Опции/Дополнения/Галерея онлайн/CoolProp Wrapper. Приемы работы в среде SMath описаны в учебном пособии (<http://tw.t.mpei.ac.ru/ochkov/EC-SMath.pdf>). Сведения же о пакете CoolProp можно найти на сайте по адресу: [www.coolprop.org](http://www.coolprop.org). Окончание адреса org означает, что это некоммерческая организация. Адреса сайтов с программами, которые нужно приобретать за деньги, обычно оканчиваются на com — коммерческий сайт. Платная версия программы CoolProp называется RefProp. её можно скачать с сайта: <https://www.nist.gov/srd/refprop>, принадлежащего Национальному институту стандартов и технологий (NIST — США). Cool и Ref — от английских слов Coolant (охладитель) и Refrigerant (хладагент). Prop — от английского слова Property — свойство.

Итак, давайте создадим цифрового двойника ситуации, зафиксированной на рисунке 1.

На рисунке 2 показано, как в расчёт вводятся значения температуры и давления, при которых далее будут определяться теплофизические параметры воды и безводного этилового спирта.

На рисунках 2 и 3 показан вызов в среде SMath двух функций из пакета CoolProp Wrapper — функции CoolProp\_get\_fluid\_param\_string с двумя аргументами и функции CoolProp\_Props с шестью аргументами. Первая функция вернула нам химическую формулу, а вторая — плотность (D), молярную массу (M), температуру кипения при атмосферном давлении (T), давление кипения (упругость паров) при нормальной температуре (P), вязкость (V — viscosity), массовую удельную теплоёмкость (Cp<sub>mass</sub>) и теплопроводность (Conductivity). Полный список параметров и веществ можно найти на вышеотмеченном сайте ([www.coolprop.org](http://www.coolprop.org)). Единица, проставленная в качестве пятого аргумента функции CoolProp\_Props при расчёте температуры и давления кипения на линии насыщения, указывает на то, что мы имеем дело с сухим насыщенным паром. Если единицу заменить на нуль, то это будет жидкость на линии насыщения. Вместо единицы тут можно поставить любое число в диапазоне от нуля до единицы. На температуру и давление кипения это не будет вли-

---

<sup>2</sup> В те времена автор был аспирантом кафедры «Технологии воды и топлива» МЭИ, которая снабжала автомобилистов всего института дистиллированной водой.

ять, чего не скажешь при определении других параметров — удельной энтальпии, например.

$$\begin{aligned}
 T &:= 20 \text{ } ^\circ\text{C} & p &:= 1 \text{ атм} \\
 \text{CoolProp\_get\_fluid\_param\_string}(\text{"H2O"; "formula"}) &= \text{"H_{2}O_{1}"} \\
 \rho_{\text{H2O}} &:= \text{CoolProp\_Props}(\text{"D"; "P"; } p; \text{"T"; } T; \text{"H2O"}) = 0,9982 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \\
 \text{CoolProp\_Props}(\text{"M"; "P"; } p; \text{"T"; } T; \text{"H2O"}) &= 18,02 \frac{\text{г}}{\text{моль}} \\
 \text{CoolProp\_Props}(\text{"T"; "P"; } p; \text{"Q"; } 1; \text{"H2O"}) &= 100 \text{ } ^\circ\text{C} \\
 \text{CoolProp\_Props}(\text{"P"; "T"; } T; \text{"Q"; } 1; \text{"H2O"}) &= 17,55 \text{ мм рт.ст.} \\
 \text{CoolProp\_Props}(\text{"V"; "P"; } p; \text{"T"; } T; \text{"H2O"}) &= 1,002 \frac{\text{Н мм}}{\frac{\text{м}}{\text{с}} \text{ м}^2} \\
 \text{CoolProp\_Props}(\text{"Cpmass"; "P"; } p; \text{"T"; } T; \text{"H2O"}) &= 0,9993 \frac{\text{кал}}{\text{г К}} \\
 \text{CoolProp\_Props}(\text{"conductivity"; "P"; } p; \text{"T"; } T; \text{"H2O"}) &= 598 \frac{\text{Вт мм}}{\text{м}^2 \text{ К}}
 \end{aligned}$$

**Рис. 2**

Теплофизические свойства воды при нормальных условиях

Если округлить значения плотности, вязкости и удельной изобарной теплоёмкости воды при нормальных условиях, то мы получим три единицы [6]. В статье, на которую сделана ссылка, раскрыты непривычные, но более правильные, по мнению автора, единицы вязкости и теплопроводности, показанные на рисунке 2 и 3. Теплоёмкость воды измеряют калориями (а не джоулями). Калория — это энергия, которую нужно передать грамму воды, чтобы при нормальных условиях и постоянном давлении повысить её температуру на один кельвин. Система единиц измерения, встроенная в пакет SMath, помимо прочего удобна и тем, что она позволяет вводить в расчёт и выводить на печать значения физических величин с теми единицами, которые более привычны пользователю. В данных на компьютере всё будет храниться в единицах СИ. Можно сказать так: если вы видите в расчёте запись «1 атм», то имейте в виду, что в этом расчёте хранится не атмосфера физическая, а паскаль. Это очень непривычно для тех, кто ведёт расчёты вручную с помощью калькулятора или в средах «безразмерных» электронных таблиц и языков программирования [7].

Кстати, нажатием мышки по паре команд пакета SMath можно одним махом перевести русские названия единиц измерения, задействованные в наших расчётах, в английские (международные). Попутно можно заменить запятые, разделяющие целую и дробную части чисел, на точку (международный стандарт написания десятичных дробей). Это облегчает международный обмен информацией, в частности, обмен результатами расчётов.

Расчёт, данный на рисунке 3, практически повторяет расчёт, приведённый на рисунке 2. Только формула «H<sub>2</sub>O» (вода) заменена на слово «Ethanol» (этиловый спирт).

```

CoolProp_get_fluid_param_string("Ethanol"; "formula") = "C_{2}H_{6}O_{1}"

ρC2H5OH := CoolProp_Props("D"; "P"; p; "T"; T; "Ethanol") = 0,7894  $\frac{\text{Г}}{\text{СМ}^3}$ 

CoolProp_Props("M"; "P"; p; "T"; T; "Ethanol") = 46,07  $\frac{\text{Г}}{\text{МОЛЬ}}$ 

CoolProp_Props("T"; "P"; p; "Q"; 1; "Ethanol") = 78,42 °С

CoolProp_Props("P"; "T"; T; "Q"; 1; "Ethanol") = 44,07 мм рт.ст.

CoolProp_Props("V"; "P"; p; "T"; T; "Ethanol") = 1,194  $\frac{\text{Н ММ}}{\frac{\text{М}}{\text{С}} \text{ М}^2}$ 

CoolProp_Props("Cpmass"; "P"; p; "T"; T; "Ethanol") = 0,5723  $\frac{\text{КАЛ}}{\text{Г К}}$ 

CoolProp_Props("conductivity"; "P"; p; "T"; T; "Ethanol") = 164,5  $\frac{\text{ВТ ММ}}{\text{М}^2 \text{ К}}$ 

```

**Рис. 3**

Теплофизические свойства безводного этилового спирта

На рисунке 4 показан расчёт объёма водки, полученной при смешении 40 мл этилового спирта и 60 мл воды. После такой операции температура раствора немного повысится, но расчёты будут вестись для заданных 20 градусов по шкале Цельсия, так как всё за короткое время вернется в стабильное температурное состояние.

Рассчитаны массы компонентов ( $m$ ) готовой смеси (31,58 г спирта и 59,89 г воды), а также массовые доли спирта (0,3452) и воды (0,6548), по которым формируется переменная «Водка», участвующая в расчётах свойств этого спиртного напитка.

```

mC2H5OH := 40 мл · ρC2H5OH = 31,58 г      mH2O := 60 мл · ρH2O = 59,89 г

mВодка := mC2H5OH + mH2O = 91,47 г

 $\frac{m_{C_2H_5OH}}{m_{Водка}} = 0,3452$        $\frac{m_{H_2O}}{m_{Водка}} = 0,6548$       0,3456 + 0,6544 = 1

Водка := "Ethanol[0.3456]&Water[0.6544]"

ρВодка := CoolProp_Props("D"; "P"; p; "T"; T; Водка) = 0,8508  $\frac{\text{Г}}{\text{СМ}^3}$ 

VВодка :=  $\frac{m_{Водка}}{\rho_{Водка}}$  = 107,5 мл

```

**Рис. 4**

Расчёт объёма водки

Пакет CoolProp Wrapper показывает, что при наших 20 градусах по шкале Цельсия плотность этилового спирта составляет 0,7894 г/см<sup>3</sup>, а метилового спирта — 0,7913 г/см<sup>3</sup>. Разница невелика и находится в пределах ошибки измерений.

Если в интернете сделать запрос по ключу «Плотность водных растворов этанола», то будет выдано много информации, включая и таблицу, показанную на рисунке 5. Она отсканирована из книги Рабиновича В. А. и Хавина З. Я. «Краткий химический справочник» (3-е изд., СПб, Химия, 1991 г.). Там же можно найти и другие такие таблицы из других бумажных справочников, сравнить их и убедиться, что они практически совпадают. Да, в интернете часто публикуется довольно сомнительная информация, которую всегда нужно проверять и перепроверять. Но и в бумажных справочниках, прошедших строгое рецензирование и редактирование, увы, встречаются ошибки и опечатки. Так, в таблице на рисунке 5 указано, что плотность измеряется в г/см вместо правильной размерности г/см<sup>3</sup>.

Таблица 6-6

**Плотность водных растворов этилового спирта в зависимости от температуры, г/см**

Весовой процент спирта	Температура, °C				Весовой процент спирта	Температура, °C			
	10	15	20	40		10	15	20	40
0	0,99973	0,99913	0,99823	0,99225	52	0,91723	0,91333	0,90936	0,89288
4	0,99218	0,99195	0,99103	0,98485	56	0,90831	0,90433	0,90031	0,88335
8	0,98660	0,98584	0,98478	0,97808	60	0,89927	0,89523	0,89113	0,87417
12	0,98145	0,98041	0,97910	0,97150	64	0,89006	0,88597	0,88183	0,86466
16	0,97692	0,97552	0,97387	0,96512	68	0,88074	0,87660	0,87241	0,85507
20	0,97252	0,97068	0,96864	0,95856	72	0,87127	0,86710	0,86287	0,84540
24	0,96787	0,96558	0,96312	0,95168	76	0,86168	0,85747	0,85322	0,83564
28	0,96268	0,95996	0,95710	0,94438	80	0,85197	0,84772	0,84344	0,82578
32	0,95655	0,95357	0,95038	0,93662	84	0,84203	0,83777	0,83348	0,81576
36	0,94986	0,94650	0,94306	0,92843	88	0,83181	0,82754	0,82323	0,80552
40	0,94238	0,93882	0,93518	0,91992	92	0,82114	0,81688	0,81257	0,79491
44	0,93433	0,93062	0,92685	0,91108	96	0,80991	0,80566	0,80138	0,78388
48	0,92593	0,92211	0,91823	0,90207	100	0,79784	0,79360	0,78934	0,77203

Рис. 5

Таблица плотности водных растворов этилового спирта

Во время своего визита в США автор посетил Институт стандартов и технологий НИСТ ([www.nist.gov](http://www.nist.gov)). В компьютерном классе института попарно у мониторов сидели молодые люди и что-то там делали, шепчась и печатая на клавиатуре. Автор удивился и спросил у американских коллег, чем заняты эти студенты. Ему объяснили, что это студенты местного университета, подрабатывающие в НИСТ, вводят в компьютер информацию, подобную той, которая показана на рисунке 5. Первый студент диктует числа из бумажной книги или научного журнала, а второй вводит их в компьютер. При этом первый студент дополнительно контролирует правильность ввода, попеременно поглядывая то в справочник, то на монитор компьютера. В НИСТ пытались было сканировать такие таблицы и оцифровывать их автоматически. Но плохое качество печатного оригинала и несовершенство ридеров<sup>3</sup> приводило к тому, что в итоговой оцифрованной таблице оказывалось много опечаток, которые приходилось выявлять и исправлять вручную. Проще и надежнее было сразу нанять студентов, дав им заодно возможность подработать.

<sup>3</sup> Программы, переводящие отсканированные тексты в цифровой формат.

Автор на практических занятиях поручил своим студентам сделать такую работу на компьютере — сравните рисунки 5 и 6.

На рисунке 6 показано содержимое матрицы  $M$ , шапка таблицы содержит показатели температуры, боковик (первый столбец) — весовой процент спирта. Но это, конечно, не весовой, а массовый процент. Раньше эти две физические величины часто путали. Да и сейчас мы измеряем вес человека в килограммах, а не в более правильных ньютонах.

"n/t"	10	15	20	40
0	0.99973	0.99913	0.99823	0.99225
4	0.99218	0.99105	0.99103	0.98485
8	0.98660	0.98584	0.98478	0.97808
12	0.98145	0.98041	0.9791	0.97150
16	0.97692	0.97552	0.97387	0.96512
20	0.97252	0.97068	0.96864	0.95856
24	0.96787	0.96558	0.96312	0.95168
28	0.96268	0.95996	0.95710	0.94438
32	0.95655	0.95357	0.95038	0.93662
36	0.94986	0.9465	0.94306	0.92843
40	0.94238	0.93882	0.93518	0.91992
44	0.93433	0.93062	0.92685	0.91108
48	0.92593	0.92211	0.91823	0.90207
52	0.91723	0.91333	0.90936	0.89288
56	0.90831	0.90433	0.90031	0.88335
60	0.89927	0.89523	0.89113	0.87417
64	0.89006	0.88597	0.88183	0.86466
68	0.88074	0.8766	0.87241	0.85507
72	0.87127	0.8671	0.86287	0.84540
76	0.86168	0.85747	0.85322	0.83564
80	0.85197	0.84772	0.84344	0.82578
84	0.84203	0.83777	0.83348	0.81576
88	0.83181	0.82754	0.82323	0.80552
92	0.82114	0.81688	0.81257	0.79491
96	0.80991	0.80566	0.80138	0.78388
100	0.79784	0.7936	0.78934	0.77203

**Рис. 6**

Цифровой двойник бумажной таблицы, показанной на рисунке 5

Матрицу  $M$  далее планировалось использовать в авторской программе [8] с двойной сплайн-интерполяцией, опирающейся на двойной цикл `for` (см. рис. 14.7 в занятии 14 — Mathcad Prime [8]). Но на сайте пользователей SMath ([https://en.smath.com/forum/yaf\\_posts80962\\_lspline-and-linterp---where-is-an-error.aspx](https://en.smath.com/forum/yaf_posts80962_lspline-and-linterp---where-is-an-error.aspx)) подсказали, что есть более простое решение (см. рис. 7) с функцией `InterpBilinear`, которой нет в Mathcad, но которая есть в SMath.

$$\rho_{Vodka}(T; n) := \left\{ \begin{array}{l} x := \frac{T}{K} - 273,15 \\ y := 100 \cdot n \\ X := \text{submatrix}(M; 1; 1; 2; \text{cols}(M)) \\ Y := \text{submatrix}(M; 2; \text{rows}(M); 1; 1) \\ Z := \text{submatrix}(M; 2; \text{rows}(M); 2; \text{cols}(M)) \\ \text{InterpBilinear}(X; Y; Z; x; y) \frac{\Gamma}{\text{CM}^3} \end{array} \right.$$

**Рис. 7**

Программа двойной сплайн-интерполяции табличных данных

В программе, показанной на рисунке 7, во-первых, обрабатываются аргументы: температура переводится в градусы по шкале Цельсия ( $x := T/K - 273,15$ ), а массовая доля превращается в массовый процент ( $y := 100 \cdot n$ ) — всё в соответствии с боковиком и шапкой исходной таблицы. На последней строке к рассчитанной безразмерной плотности добавляется нужная единица измерения. Это стандартные правила работы с эмпирическими формулами [9].

В программе, показанной на рисунке 7, три раза вызывается встроенная в SMath функция `submatrix`, которая изымает из матрицы  $M$  шапку  $X$  с дискретными значениями температуры, боковик  $Y$  с дискретными значениями массовой доли и матрицу  $Z$  с дискретными значениями плотности (ядро матрицы  $M$ ).

Функция `InterpBilinear` проводит кусочно-линейную интерполяцию, но не по одному (рис. 6.16), а по двум аргументам. Есть ещё и интерполяция сплайнами (`lspline`), мы разобрали её выше (см. рис. 0). На рисунках 8 и 9 показаны отличия в работе этих двух функций: синяя кривая — кусочно-линейная интерполяция, красная кривая — интерполяция сплайном. Зелёные точки — дискретные данные, по которым велась интерполяция.

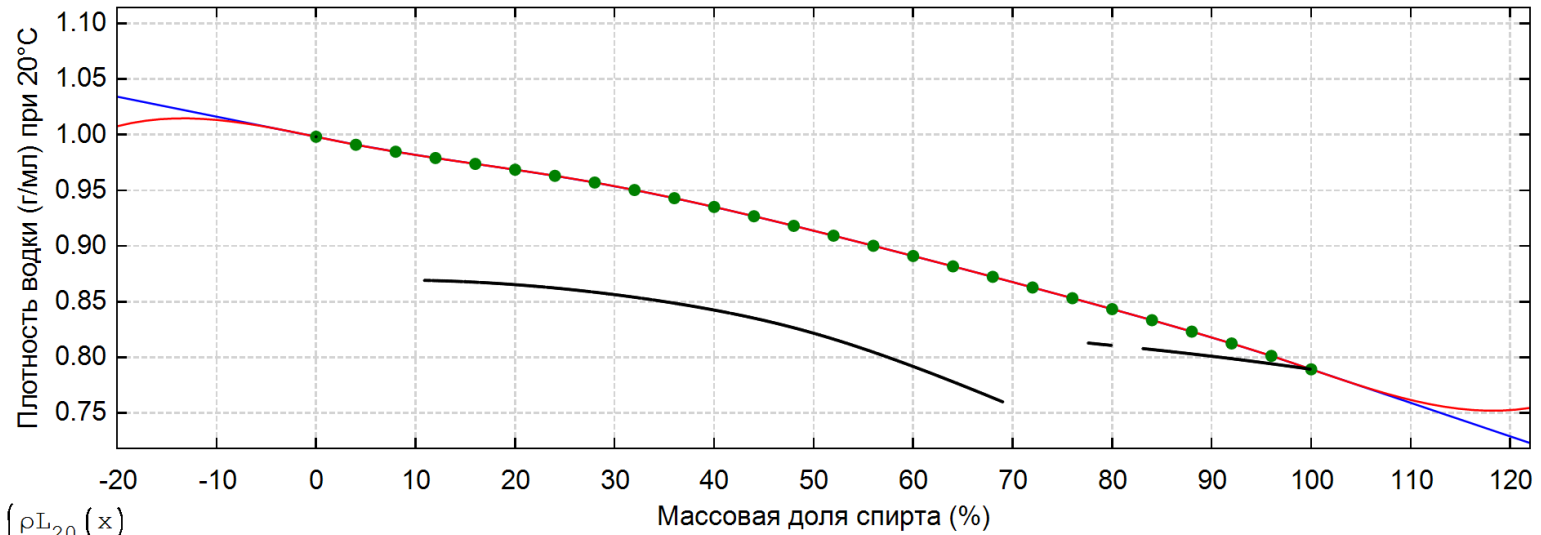
Внутри точек (интерполяции) синяя (функция  $\rho L_{20}$ ) и красная ( $\rho S_{20}$ ) кривые практически совпали. Существенно расходятся они в разные стороны вне зелёных точек (экстраполяция, которая в данной задаче не имеет физического смысла).



```

vx := submatrix(M, 2, rows(M), 1, 1)  vy := submatrix(M, 2, rows(M), 4, 4)
ρS20(x) := lspline(vx, vy, x)          ρL20(x) := linterp(vx, vy, x)
ρCP(x) := {
  Vodka := concat("Ethanol[" , num2str(x/100, "n5"), "]&" , "H2O[" , num2str(1 - x/100, "n5"), "]")
  try
    CoolProp_Props("D", "P", 1 atm, "T", 20 °C, Vodka)  $\frac{\text{cm}^3}{\text{g}}$ 
  on error
    0  $\frac{\text{cm}^3}{\text{g}}$ 
}
xx := [0, 0.1..100]

```



```

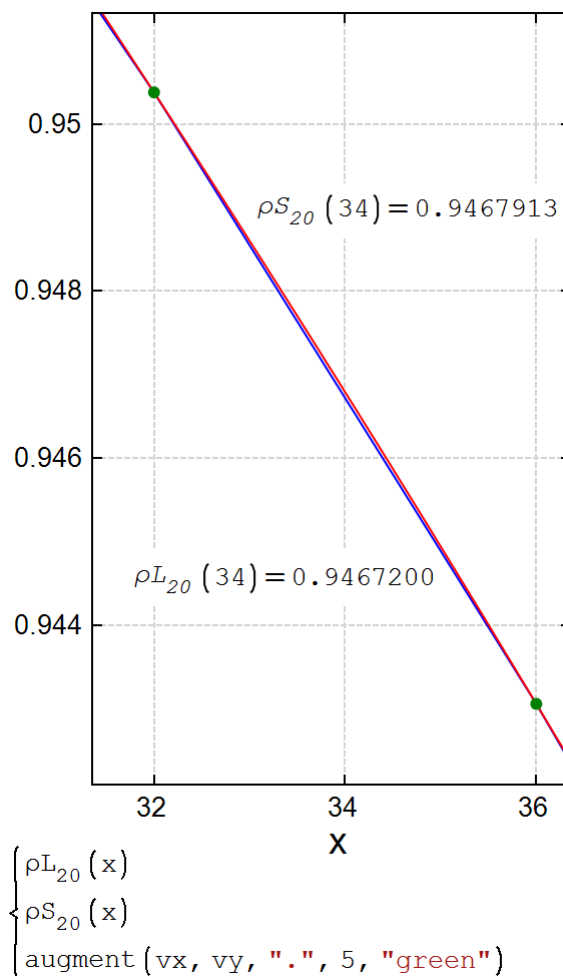
{
  ρL20(x)
  ρS20(x)
  augment(vx, vy, ".", 5, "green")
  augment(xx,  $\overrightarrow{\rho_{CP}(xx)}$ , ".", 0.5, "black")
}

```

**Рис. 8**

Изотерма 20°C: линейная интерполяция и интерполяция сплайнами

На рисунке 9 показано увеличение масштаба кривых двух видов интерполяции вблизи двух точек, где есть небольшое расхождение. Но эти два вида интерполяции отличаются друг от друга не только количественно (см. рис. 9), но и качественно. Дело в том, что первая производная кусочно-линейной приближающей функции имеет точку разрыва первого рода в каждом узле интерполяции. Это усложняет работу с такой функцией при реализации различных численных методов. Такого недостатка лишена интерполяция сплайнами.



**Рис. 9**

Кривые линейной интерполяции (синяя) и интерполяции сплайнами (красная)

На сайте (<https://community.ptc.com/t5/Mathcad/Spline/td-p/869944>) описано, что означают буквы l, p и s перед словом spline в имени функции сплайн-интерполяции.

Дополнительно на графике (рис. 8) показана кривая, вернее, отдельные обрывки кривой плотности водки, рассчитанной согласно пакету CoolProp Wrapper. Чёрная кривая — это ошибочные значения плотности, а разрывы в ней — это неудачные попытки (try) вызова функции  $\rho_{CP}$ , когда выдаётся не число, а сообщение об ошибке. Внутри крайней левой зелёной точки (чистая вода) находится чёрная точка — пакет CoolProp Wrapper здесь, как и в случае с плотностью чистого спирта (крайняя правая зелёная точка), выдал правильное значение. В остальных точках были выданы неправильные значения.

**Вывод.** Инструменты «клевого» пакета CoolProp работы с плотностью смеси этанола с водой никуда не годятся. Скорее всего, такая же картина будет наблюдаться и при работе с плотностями других смесей жидкостей. Например, воды и метилового спирта. И дело тут, по-видимому, в том, что эти инструменты предназначены для работы только с плотностью газов. Догадка авторов подтвердилась — на сайте пакета CoolProp Wrapper была найдена информация, что при работе со смесями наблюдаются большие проблемы. Здесь нужно было, конечно, остановить расчёты.

Частичный отказ от встроенной функции пакета CoolProp Wrapper и переход к функции с именем  $\rho_{Vodka}$  дал правильный результат расчёта объёма водки (96,71 мл) (см. рис. 10). В свернутой области (линия с плюсиком слева) хранится функция, показанная на рисунке 7, опирающаяся на матрицу, данную на рисунке 6. Отказ частичный, потому что для определения плотности чистой воды и чистого этилового спирта мы использовали функцию пакета CoolProp Wrapper. В случае со смесью этого делать нельзя (см. рис. 8).

$$p := 1 \text{ atm} \quad T := 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\rho_{H_2O} := \text{CoolProp_Props} ("D", "P", p, "T", T, "Water") = 0.9982 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_{C_2H_5OH} := \text{CoolProp_Props} ("D", "P", p, "T", T, "Ethanol") = 0.7894 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$V_{C_2H_5OH} := 40 \text{ mL} \quad m_{C_2H_5OH} := V_{C_2H_5OH} \cdot \rho_{C_2H_5OH} = 31.58 \text{ g}$$

$$V_{H_2O} := 100 \text{ mL} - V_{C_2H_5OH} = 60 \text{ mL} \quad m_{H_2O} := V_{H_2O} \cdot \rho_{H_2O} = 59.89 \text{ g}$$

$$m_{Vodka} := m_{C_2H_5OH} + m_{H_2O} = 91.47 \text{ g}$$

$$n_{C_2H_5OH} := \frac{m_{C_2H_5OH}}{m_{Vodka}} = 0.3452 \quad n_{H_2O} := \frac{m_{H_2O}}{m_{Vodka}} = 0.6548 \quad n_{C_2H_5OH} + n_{H_2O} = 1$$

☒—A function of density of vodka depending on the T and mass fraction of ethyl alcohol

$$\rho_{Vodka} (T, n_{C_2H_5OH}) = 0.9458 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad V_{Vodka} := \frac{m_{Vodka}}{\rho_{Vodka} (T, n_{C_2H_5OH})} = 96.71 \text{ mL}$$

**Рис. 10**

Правильный расчёт объёма водки

На рисунке 11 показано решение обратной задачи: задана плотность водки ( $0,95 \text{ г/см}^3$ ), нужно найти массовую долю. Используется встроенная в SMath функция `solve`, возвращающая корень уравнения в заданном диапазоне неизвестного от нуля до единицы. Используется метод половинного деления.

$$n_{C_2H_5OH} := \text{solve} \left( \rho_{Vodka} (T; n_{C_2H_5OH}) = 0,95 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}; n_{C_2H_5OH}; 0; 1 \right) = 0,3221$$

**Рис. 11**

Расчёт массовой доли спирта в разбавленной водке с плотностью  $0,95 \text{ г/см}^3$

Несложно подсчитать, что водка с такой плотностью будет иметь крепость 37,5%. А водка должна иметь крепость 40 градусов. Хотя процент и градус тут не совпадают. Считается, что стоградусный этиловый спирт за счёт поглощения влаги из воздуха содержит примерно 96% чистого спирта по объёму, остальное — вода.