

КАК РЕШАТЬ ЗАДАЧИ, или Триалог о королях и капусте¹, решении задач, STEM, STEAM И STREAM в образовании²

Доктор технических наук, профессор **В.Ф. ОЧКОВ**,
кандидат технических наук, старший научный сотрудник **А.И. ТИХОНОВ**
(Москва, НИУ “МЭИ”)

*Информация – это не знание,
Знание – это не мудрость,
Мудрость – это не истина,
Истина – это не красота,*

*Красота – это не любовь,
Любовь – это не музыка,
А Музыка – превыше всего*
Фрэнк Заппа

В первой части статьи мы дискутировали о том, как преподавать и изучать естественнонаучные и инженерные дисциплины в ВУЗе, о применении технологий STEM в преподавании, о необходимости решения задач, о чёрных ящиках и изобретении велосипедов, о простых, сложных, решаемых и нерешаемых задачах...

Во второй части мы поговорили о задачах в реальном и воображаемом мире, о расчётах, о моделях, об основных этапах решения задач, о важности понимания их условий, об аналогиях и декомпозиции задачи на подзадачи, о хорошо решаемых задачах и “склеивании” результатов решения подзадач...

Часть III

Инструменты. Много и разные

И: Давайте, начнём с вопроса: что нам нужно от математических систем, с помощью которых мы собираемся решать задачи?

С: Наверное, нужно, чтобы математическая система содержала

большое число хорошо решаемых задач (ХРЗ) – инструментов для решения разных задач, чтобы не надо было менять систему, переходя от задачи к задаче, и изобретать велосипеды. Кроме этого надо, чтобы с этой системой было легко работать, а изучение самой системы

¹ Авторы отсылают читателя к роману О’Генри “Короли и капуста”.

² Не всегда высказанные в статье мнения совпадают с мнением самих авторов и администрации организации, где они работают.

не превращалось в отдельную неподъёмную задачу.

М: Нам требуется, чтобы результаты решения отдельных подзадач можно было бы достаточно просто “склеивать” между собой и не тратить на это лишних усилий.

И: У нас ничего не получится, если в систему не будут встроены средства визуализации, позволяющие наглядно представить результаты решения задачи, а применение этих средств должно быть простым и прозрачным.

С: Хочется, чтобы все этапы решения задачи можно было реализовать в одном месте, начиная с описания её условий и кончая графиками и интерпретацией результатов. Было бы замечательно, не делать лишнюю работу по переносу всего этого в отчёт, а отправлять преподавателю сразу то, что получилось в математической системе.

М: Желательно, чтобы были средства, позволяющие публиковать результаты решения задач в виде не только статических документов, но и интерактивных приложений...



И: Для нас, преподавателей, очень важно обеспечение рабочего окружения, с которым мы и студенты могли бы работать не только



в условиях очного, но и дистанционного обучения.

М: Давайте, я попытаюсь перечислить требования, которые мы предъявляем к системам для решения расчётных задач. Они должны:

- из коробки поддерживать решение большого числа ХРЗ;
- иметь средства “склеивания” – передачи данных из одной подзадачи в другую. Фактически нам требуется некий встроенный язык программирования;
- обязательно иметь развитые встроенные средства визуализации, которыми легко пользоваться;
- поддерживать все этапы решения задач от постановки до интерпретации результатов.

И: Я бы назвал перечисленные требования обязательными. Кстати, последнее требование, поддерживаемое в большинстве математических систем, называется *вычислительным документом* и поддерживает метафору школьной тетради, в которой можно сформулировать условия задачи с текстом, формулами, рисунками, а при желании и с видео. В этом же документе можно провести все необходимые вычисления, визуализировать и обсудить результаты.

Здесь же я бы хотел перечислить дополнительные требования, связанные с поддержкой учебного процесса:

- простота использования в учебном процессе, небольшое время на освоение;
- возможность превратить вычислительный документ в интерактивное веб-приложение с минимальными усилиями и опубликовать его;
- возможность обеспечить работу студентов и преподавателей не только в компьютерных классах университета, но и дома;
- очень желательно иметь простые возможности встраивания собственных ХРЗ в систему опять-таки без чрезмерных усилий. Ведь мы не профессиональные разработчики программного обеспечения, а квалифицированные пользователи;
- хотелось бы, достаточно просто передавать данные из одной системы в другую. Это скорее пожелание, а не требование.

М: Основные требования удовлетворяются практически всеми имеющимися математическими системами, как платными, так и бесплатными.

И: Доступных систем много, а это означает, что они заточены под разные задачи, **разные** категории пользователей и под разные кошельки.

М: Общее у них то, что современная математическая система обязательно имеет в своем составе обширный набор ХРЗ – библиотек для решения типовых задач. В некоторых системах, например, в MATLAB, средства для решения классов задач выделяются в отдельные пакеты, за которые необходимо платить отдельные деньги.

И: Во все математические системы встроены языки программирования, причём для некоторых систем возможности встроеного языка ограничены, например, для Mathcad.

В свою очередь экосистема Python построена вокруг высокоуровневого языка программирования общего назначения. У каждого из этих подходов есть свои плюсы и минусы. Чем проще язык программирования, тем меньше времени и сил нужно для его изучения, но тем меньше его возможности. В защиту Python можно сказать, что его архитектура ортогональна в том смысле, что можно работать с небольшим подмножеством языка, изучая дополнительные возможности только по мере необходимости. Зато в экосистеме Python можно делать всё, начиная от расчётных приложений, кончая разработкой веб-приложений и системным администрированием.

С: Я уже задавал этот вопрос: как выбрать математическую систему для решения задач, почему вы используете Mathcad и Python, а также Maple, Mathematica?

М: Систем много. Кроме перечисленных здесь, можно упомянуть бесплатные: Octave, Scilab, SMath. Есть достаточно много расчётных систем, решающих специфические задачи, например, проведение расчётов с помощью метода конечных элементов, но мы таких систем здесь не касаемся.

Для нас важно, что построение систем практически одинаково, различаются они набором доступных

ХРЗ, используемыми языками программирования, средствами визуализации, возможностями применения вычислительных документов. В своей повседневной работе мы в основном применяем Matcad, SMath и Python, а в ряде случаев Maple и Mathematica. Часто бывает проще и быстрее перейти к другому инструменту для решения конкретной задачи, чем тратить драгоценное время, оставаясь в системе. Мы считаем (и это немаловажно) необходимым показать студентам, что на работе им, возможно, придётся столкнуться с другими математическими системами.

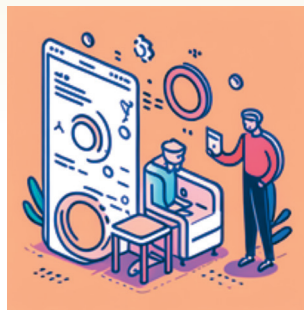
И: Мы не будем заводить спор относительно того, какая система лучше, их совместное существование на рынке говорит о многом. Как правило, бесплатные системы требуют больше усилий для освоения работы с ними, а получаемые с их помощью графики не столь привлекательны, но, тем не менее, они существуют и развиваются.

М: Как и для других видов человеческой деятельности нельзя забывать о моде. Сейчас модно проводить расчёты с использованием экосистемы Python.

И: Когда в системе имярек появляются новые возможности и меня спрашивают, не пора ли переходить на эту систему, я задаю встречные вопросы: о готовности университета приобрести лицензии на эту систему, а преподавателей, ведущих занятия, изучать её, о переработке методического обеспечения дисциплин для использования этой системы. Обычно этим всё и заканчивается – образование консервативная отрасль!

С: Пора возвращаться к нашим баранам¹. Мы знаем, как решать задачи, у нас есть инструменты для этого, мы обсудили, как проверить правильность результата. Что нам осталось сделать?

Вычислительный эксперимент



С: Если в условиях задачи заданы исходные данные и требования к результату, то зачем проводить вычислительный эксперимент? Вы чего-то усложняете.

М: Действительно, если речь идёт о чисто учебной задаче и требуется получить один единственный результат, соответствующий исходным данным, то это так. Но при решении задач с использованием STEM обычно требуется построить зависимость чего-то от чего-то. И если это достаточно объёмные вычисления, то следует их спланировать и провести.

И: Мы на занятиях моделировали автогенератор, анализируя заодно условия перехода в режим генерации, и выбирали рабочую точку. Было бы интересно смоделировать,

¹ Отсылка к французскому выражению *revenons à nos moutons*, из фарса "Адвокат Пьер Патлен" (около 1470 г.).

всегда ли имеет место генерация при учёте случайных отклонений параметров схемы от номинальных значений. Достаточно просто оценить процент выхода годных, задавая массивы случайных значений параметров схемы и решая исходную задачу для каждого сочетания этих значений. Это называется статистическим моделированием. Можно немного усложнить задачу, оптимизируя процент выхода годных с помощью методов стохастической оптимизации. Здесь уж точно не обойтись без проведения вычислительного эксперимента. В простейшем случае на каждом шаге оптимизации следует выбирать среднее значение параметров, вычисляемое только для сочетаний, входящих в допустимую область. В нашем случае это параметры схемы, для которых имеет место генерация колебаний.

М: Здесь мы сильно идеализируем задачу. Нужно иметь очень много данных о том, как ведёт себя реальный технологический процесс.

С: Ну, тут вы отстали от жизни. В технологическое оборудование встраиваются компьютеры, всё записывается, сохраняется и обрабатывается. Везде Большие Данные!

И: Вопрос только в том, будут ли с вами делиться этими данными, если вы там не работаете и не подписали соглашения о неразглашении.

М: Не следует забывать и об обратных задачах, мы говорили о них ранее. Здесь нужно не только проводить вычислительный эксперимент, но и планировать его, чтобы решить задачу за приемлемое время.

С: Я понял, что при решении практических задач без большого объёма вычислений и вычислительного эксперимента не обойдешься.

И: Результаты вычислений нужно сохранить для дальнейшего использования.

М: Их необходимо обработать, так как миллионы цифр сами по себе ничего нам не дают.

И: Их нужно представить в удобной для нас форме и интерпретировать. Этим мы займёмся в следующем сюжете нашей беседы. Ну, а сейчас давайте подумаем, как провести вычислительный эксперимент с минимальными затратами труда.

С: Нажать Большую Синюю Кнопку и пойти пить кофе или пиво.

М: Не всё так радужно. Если данных много, то сохранить их надо так, чтобы когда они нам понадобятся, их можно было бы найти.

И: В простейшем случае необходимо кроме самих результатов сохранять их описания. Я это делаю либо в названиях файлов при сохранении в файловой системе, либо в базе данных. Я в основном использую SQLite, благо пользоваться им можно где угодно, включая Android. Возможно, нам придётся механизировать свой труд по проведению вычислительного эксперимента, например, написав утилиты для обработки и сохранения результатов.

С: Это скучно. Опять придётся писать программы. К тому же, как вы говорили, не для всех математических систем такие программы можно написать.

И: Есть другой способ – прикрутить к реализации решения нашей задачи пользовательский интерфейс.



Визуализация и интерпретация. Пирог и пышки, синяки и шишки²

С: Это было бы круто. Но как мне говорили, трудоёмкость разработки пользовательских интерфейсов сравнима по трудоёмкости с разработкой программ, для которых эти интерфейсы создаются.

И: Это так, если разрабатываются пользовательские интерфейсы, которые будут использовать тысячи людей. Нам же нужно что-то простое и незатейливое для ограниченного круга пользователей. Здесь за нас подумали разработчики математических систем, снабдив нас простыми средствами построения пользовательских интерфейсов. Такие средства есть в Matlab, экосистеме Python, в системе для проведения статистических расчётов R.

М: Более того, некоторые из этих средств позволяют не только добавлять графические интерфейсы, но и публиковать решения задач в виде интерактивных веб-приложений, так что можно работать с приложением через обычный браузер, ничего не устанавливая у себя на компьютере.

И: На мой взгляд, такие интерактивные приложения необходимо встраивать в электронные учебники. Кроме того, надо думать, как эти технологии приспособить для создания виртуальных лабораторных практикумов.

И: Начну с русской поговорки “Лучше один раз увидеть, чем сто раз услышать”. В ней как раз суть научной визуализации. Если результаты можно представить в понятном и наглядном виде, то это позволяет нам разобраться в сути задачи. Как и с пользовательскими интерфейсами, нам нужно сделать это, написав одну-две строки кода. Всё остальное, включая толщину линий, сетку, надписи на осях и легенду можно прикрутить уже потом.

В современных математических системах всё это есть – на любой вкус и цвет³. Например, в экосистеме Python, наряду со старой и доброй `matplotlib`, можно воспользоваться `plotly`, `bokeh`, `gnuplot`, `HoloViews` и ещё десятком других библиотек в зависимости от ваших потребностей и привычек.

М: У меня всегда было сложно с рисованием, поэтому я очень благодарен разработчикам `matplotlib`, которые включили в неё возможности создавать рисунки полиграфического качества, готовые для публикации в статьях и книгах.

И: Вместе с тем не всё можно визуализировать, то есть визуализировать-то можно всё, но вот сделать так, чтобы результаты визуализации способствовали пониманию, удаётся не всегда. Дело в том, что мы живём в трёхмерном мире и представить

² Отсылка к роману Дж. Хеллера “Уловка 22”.

³ Отсылка к русской поговорке “На вкус и на цвет товарищей нет”.

на экране или листе бумаги что-то более многомерное, чем функцию двух переменных, мы не можем.

М: Напрямую да, но есть много косвенных приемов. Например, в качестве дополнительных измерений можно использовать размер и цвет маркеров. Наконец, у нас есть ещё одно измерение – время. Нам никто не мешает сделать анимацию, а в тех случаях, когда анимацию нельзя демонстрировать в реальном времени из-за ограничений по вычислительной мощности, изготовить из этой анимации видео, которое затем можно вставить в вычислительный документ. Ну, это, наверное, преувеличение...

М: Совсем нет. Большинство математических систем позволяет достаточно просто создавать анимации.

И: Анимации – это хорошо, но у нашего сюжета есть ещё одна сторона – интерпретация.

М: Под интерпретацией мы понимаем краткие и понятные выводы из решения задачи. Они должны быть достаточно краткими, понятными и обсуждаемыми.

И: Сколько людей – столько мнений, поэтому нам результаты решения задач необходимо обсуждать, особенно те, которые нужно переносить из воображаемого мира в реальный и от которых зависит план действий, техническое решение, а иногда и судьбы людей.

С: Вы говорите об этом с пафосом.

И: Тем не менее, это так и есть. Большинство инженерных систем, а иногда и принимаемые на высоком уровне решения, зависят от резуль-

татов расчётов, которые проводим, в том числе, и мы с вами.

С: Раньше вы говорили о пирогах и пышках, синяках и шишках. Это как раз самое интересное.

М: Здесь всё просто. Для вас это сдача зачёта или экзамена, публикация статьи, если решенная задача достаточно серьёзная. В конечном итоге от приобретённых знаний и умений зависит, где и как вы будете работать после окончания университета.

Профессиональные и гибкие навыки



И: В нашем триалоге мы в основном говорили о профессиональных навыках, относящихся к предметной области. Когда же над решением задачи работает коллектив, важными становятся и гибкие навыки, направленные на достижение результата и на то, чтобы работа доставляла удовольствие, а не превращалась в каторгу.

М: Прерву вас. Иногда это важно и при индивидуальной работе. Мы почти не говорили о том, что решение задач необходимо документировать. Достаточно часто, а на практике почти всегда, приходит-

ся возвращаться к решённым задачам. И если мы сэкономили время на документировании, мы потратим его на восстановление того, что уже было сделано ранее.

Практические задачи – это большие задачи. Над их решением работают люди различных специальностей, с разными характерами, знаниями и навыками. В этом случае документирование – необходимое условие. Мы должны понимать друг друга, и не только понимать, но и проверять. Слишком дорого обходятся ошибки при решении практических задач! Решение вашей задачи должен понять и воспроизвести другой человек, не привлекая для этого нас.

С: Теперь понятно, зачем нас заставляют в документах Mathcad и Jupyter Notebook подробно описывать ход решения задач и полученные результаты.

И: Отметим, что правила и подробность документирования зависят не только от предметной области, государственных, отраслевых и корпоративных стандартов, договоренностей с теми, для кого осуществляется решение задач. При решении больших задач документированием занимаются специальные люди, называемые техническими писателями. Они в понятной и доступной для пользователей форме пишут о том, как работать с тем, что сделано.

С: Документирование – один из аспектов гибких навыков. Что ещё входит в них?

И: Я, пожалуй, продолжу. В комплекс гибких навыков обычно

включают навыки делового общения – взаимодействие между членами коллектива, а также с внешним миром. Это умение убедительно, но ненавязчиво вести обсуждение, услышать и учесть мнения других. При этом необходимо помнить, что изложение должно быть ориентировано на собеседника. Как говорил один мой знакомый, попробуй объяснить своей бабушке, а если не получится, то переделай.

С: Теперь понятно, зачем вы заставляете нас готовить доклады и презентации по типовым расчётам и устраиваете их обсуждение на консультациях!

М: Важный аспект soft skills (гибких навыков) – критическое мышление, проверка достоверности используемой информации, включая данные, алгоритмы и их реализацию. Как говорится, доверяй, но проверяй!

И: Следующий аспект – ориентация на результат. Работать нужно с удовольствием, но не забывая, что задачи решаются для достижения результата.

М: Процессом решения большой задачи необходимо управлять: взаимодействовать с заказчиком при формулировке задачи и передаче результатов, подобрать коллектив, оценить требуемые ресурсы, разбить задачу на подзадачи, организовать взаимодействие между членами коллектива, контролировать сроки выполнения... Всему этому приходится учиться.

С: Сейчас имеется много онлайн-курсов и тренингов по гибким навыкам.

М: Это так, но не нужно забывать, что наиболее ценен собственный опыт, который приобретается при решении учебных и практических задач, работе в коллективе, участии в проектах. Это позволяет воспринять чужой опыт, знакомиться с интересными людьми.

И: При решении задач, так же как в любой человеческой деятельности, нам постоянно приходится принимать решения, брать на себя ответственность. Уход от принятия решения – это тоже решение. А вот принятие правильных решений особенно в условиях неполной и противоречивой информации – это мудрость!

М: Есть ещё один аспект – эмоциональный, без учёта которого работа и общение превращается в череду конфликтов. Если при общении не учитывать мотивацию людей и их эмоции, то обеспечено не сотрудничество, а противодействие.

И: В процессе общения нужно взглянуть на себя со стороны, подумать, как мои слова и действия воспринимаются другими...

Заканчиваем обсуждение

М: Наверное, пора заканчивать обсуждение и кратко сформулировать результаты.

И: Мы выяснили, что практическая и образовательная деятельность (вспоминаем сокращение STEM), во всяком случае, в области естественных наук и инженерного дела, тесно связаны с решением задач, в том числе расчётных.

М: Я бы даже сказал, что иногда расчёты связаны и с искус-

ством, добавляя в STEM ещё один символ – STEAM. Так же как всему остальному, решению задач необходимо учиться, а в этом процессе должны активно участвовать не только преподаватели, но и студенты.

С: Пожалуй, вы меня убедили, что нельзя начинать решать задачи только тогда, когда деваться некуда. Найти корректные ответы на все вопросы в Сети вряд ли возможно, тем более при решении задач. Кстати, недавно на смартфоне я читал роман, где говорилось, что знания не бывают лишними, когда-то они пригодятся...

И: Я к этому добавил бы ещё и навыки, которые экономят массу времени. Знания, умения и навыки помогают найти интересную работу, а как говорил мой научный руководитель много лет назад: “Никогда не знаешь, где будешь работать следующий раз и чем будешь заниматься”. В наше время, когда всё быстро меняется, возникают новые технологии и направления деятельности, этот старый и простой тезис звучит очень и очень современно.

С: В то же время следить на экране ноутбука и тем более смартфона за говорящей головой, пытающейся писать что-то неразборчивое на доске, не слишком современно и интересно.

М: Это уж точно. Более двух лет назад мы столкнулись с вызовом повсеместного использования дистанционного обучения. Поэтому давайте кратко ещё раз сформулируем, какие требования предъяв-

ляются к задачам, которые мы решаем на занятиях и дома. Мы сошлись на том, что задачи должны быть понятными, интересными, их решение не должно занимать много времени, решения должны быть наглядными.

С: Хочется, чтобы хотя бы часть задач имела игровую составляющую.

И: Обязательно, для этого и существуют обратные задачи и оперативные средства создания пользовательских интерфейсов, которые дают возможность “поиграть” с моделью, пытаясь достигнуть заданного результата. Сделать это можно только в том случае, когда понимаешь, что от чего зависит.

С: Вы правильно сказали, что процесс решения не должен занимать слишком много времени, чтобы, получив решение, не забыть, что и зачем мы делали.

И: А вот здесь нам не обойтись без инструментов, позволяющих быстро решать типовые задачи (ранее мы назвали их ХРЗ – хорошо решаемыми задачами) и наглядно представлять результаты с помощью научной визуализации и анимации.

На мой взгляд, мы не должны заикливаться на применении каких-то определённых инструментов и пользоваться теми, которые, во-первых, наилучшим образом подходят для решения задачи, а во-вторых, доступны. Заодно мы неявно сравниваем различные инструменты, ведь неизвестно, где придётся работать, какие инструменты используются у работодателя.

М: Вы правильно сделали упоминание на доступности инструментов, студенты должны работать с ними не только в университете, но и дома.

Ещё раз вернёмся к нашим баранам, перечислив основные этапы решения задач: осмысливание условий задачи, сбор и подготовка информации по её решению. Если не удаётся решить задачу в том виде, в котором она поставлена, то нужно осуществить декомпозицию исходной задачи на подзадачи. Данный процесс продолжается до тех пор, пока не появится ясность, что все, повторяю, все подзадачи могут быть решены, а инструменты для их решения есть в нашем распоряжении. После этого мы реализуем решения подзадач и “склеиваем” их, передавая данные от одной задачи к другой.

И: При этом мы не должны забывать о создании контрольных точек – данных и процедур, позволяющих нам проверить правильность решения подзадач и исходной задачи.

М.: После этого мы должны спланировать и провести вычислительный эксперимент, без чего не обойдётся решение обратных задач.

И: Полученные в результате данные нам надо обработать, интерпретировать и представить для всеобщего обозрения, как говорили раньше – городу и миру⁴.

С: Наше обсуждение затянулось, давайте займёмся делом и начнём решать задачи!

⁴Имеется в виду Древний Рим, считавшийся центром Вселенной.