Введение

Введение в Ведение

Однажды к автору, сидящему у компьютера, подошла его внучка[1] и попросила помочь ей решить задачу по математике: дан треугольник, у которого одна сторона равна 12 см, а один из углов, примыкающий к этой стороне, равен 120°. Сторона, лежащая напротив этого угла, равна 28 см. Найти длину третьей стороны треугольника и высоту, проведенную от заданного угла.

Автор быстренько в среде Paint нарисовал треугольник с высотой, запустил программу SMath, скопировал рисунок в новый пустой документ, ввел исходные данные (угол вводится в градусах, но хранится в памяти компьютера в радианах!), недолго думая составил систему из шести алгебраических уравнений и решил задачу в среде SMath с помощью решателя `roots` – см. рис. В1. На рисунке показаны инструменты ввода в расчет градусов, вектора, куда заносятся уравнения, и оператора «булево равно», формирующего сами уравнения. Два первых инструмента вызываются через меню Вставка, а третий открыт на рабочем поле SMath (см. рис. В6). Сама же функция `roots` (корни) вводится так – набираются символы `r` и `o`, после чего выпадет список с переменными и функциями, начинающимися на эти две буквы, из которого выбирается нужная позиция – см. левый нижний угол на том же рисунке В1.

[1] Крошка сын к отцу пришел, и спросила кроха: – Что такое хорошо и что такое плохо? Отец ответил: – Математика с компьютером – это хорошо, а игры-бегалки и стрелялки на компьютере – это плохо. Нужно посидеть за компьютером, а потом выйти во двор – побегать и пострелять – поиграть в «войнушку»!

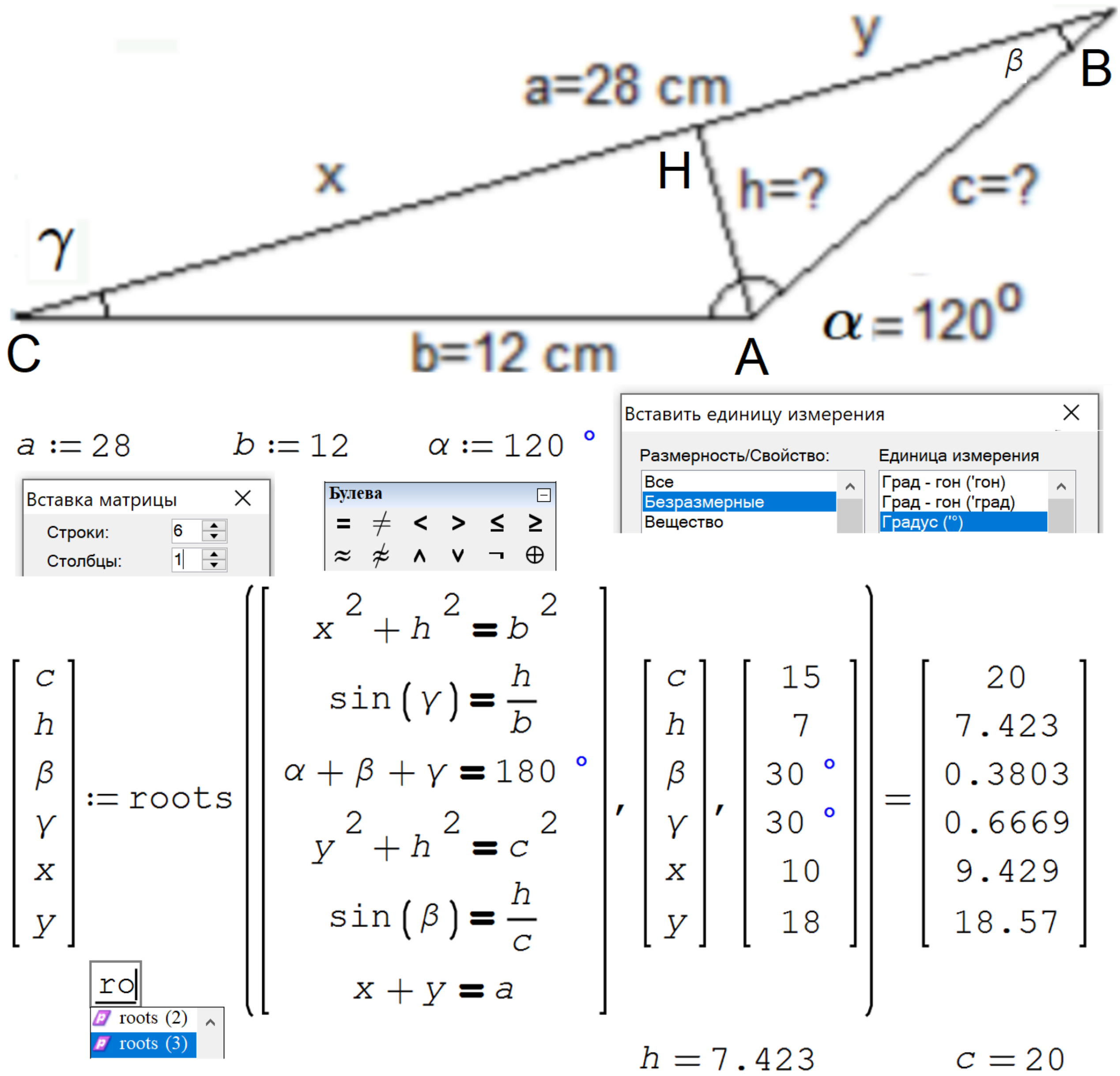


Рис. В1. Решение системы шести уравнений с шестью неизвестными

Встроенная в SMath функция `roots` имеет в данном примере три аргумента – вектор с уравнениями системы, вектор неизвестных и вектор первых приближений к решению. Эта информация появляется при наборе символов `r` и `o` – после выбора нужной позиции в списке. Функция `roots` вернула вектор значений неизвестных, превращающих уравнения в тождества, что при желании несложно проверить.

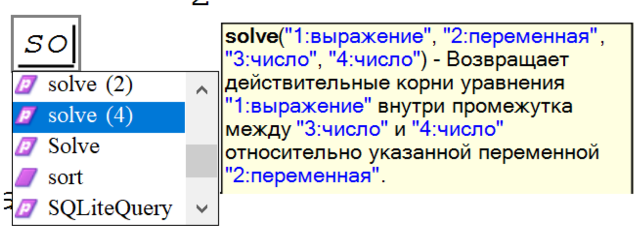
Когда автор показал это решение внучке, она сказала, что так они в школе задачи не решают и что тут нужна теорема косинусов, которую они в школе изучают чуть ли не всю четверть.

Автор вспомнил, что была такая теорема, но как она выглядит –напрочь забыл. Помнил только, что в школе мы её называли теоремой Пифагора с хвостиком: если угол альфа прямой, то косинус равен нулю, и хвостик у формулы «купируется». Внучка подсказала, что это за формула. Автор дополнительно справился в интернете об этой теореме, заодно и о формуле Герона с полусуммой периметра треугольника p, а также об альтернативной формуле площади треугольника s и переписал решение задачи – см. рис. В2, которое свелось к решению только одного уравнения с помощью функции `solve` с четырьмя аргументами: само уравнение, неизвестное и значения концов интервала, где ищется решение. Если два последних аргумента функции `solve` не вводить, то будет выдано два решения в виде вектора с элементами 20 и -32.

$$a := 28 \qquad b := 12 \qquad \alpha := 120\,°$$

$$c := \left(\mathrm{solve}\left(a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\alpha),\ c,\ 0,\ 100\right)\right) = 20$$

$$p := \frac{a + b + c}{2} = 30 \qquad s := \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)} = 103.9$$



$$\frac{1}{2} \cdot a \cdot h = s \qquad h := \frac{2 \cdot s}{a} = 7.423$$

Рис. В2. Решение отдельного уравнения

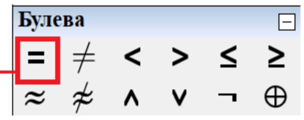
Но внучка снова осталась недовольна и сказала, что нужно решать не просто уравнение, а квадратное уравнение (см. рис. 2.1, занятие 2) и использовать формулу её корней, которую они в школе тоже заучивают.

Автор понял, что внучку и ее одноклассников учат решать эти самые квадратные уравнения (а к этому сводится наша задача о треугольнике), но не разрешают при этом использовать компьютер или интернет (а там есть интерактивные решатели квадратных уравнений). В памяти сразу всплыли дискриминант, теорема Виета и прочие школьные математические премудрости. Квадратное уравнение – так квадратное уравнение: см. рис. В3 – его верх и его низ.

Введение

$a := 28 \qquad b := 12 \qquad \alpha := 120\,°$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\alpha)$



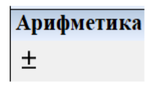
$a^2 = b^2 + x^2 - 2 \cdot b \cdot x \cdot \cos(\alpha) \qquad x^2 + p \cdot x + q = 0$

Аналитическое (символьное) решение

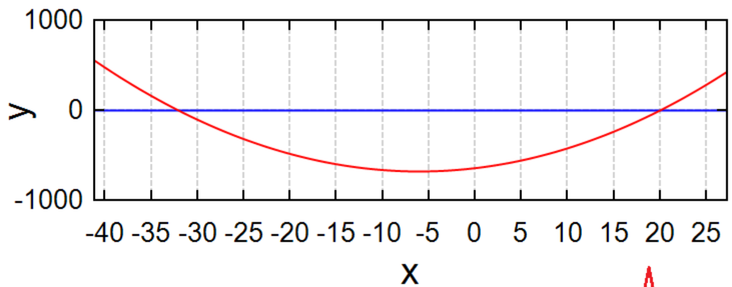
$$\mathrm{maple}\left(\mathrm{solve}\left(x^2 + p \cdot x + q = 0,\ x\right)\right) = \begin{bmatrix} \dfrac{-p + \sqrt{p^2 - 4 \cdot q}}{2} \\ -\dfrac{p + \sqrt{p^2 - 4 \cdot q}}{2} \end{bmatrix}$$

$p := -2 \cdot b \cdot \cos(\alpha) = 12 \qquad q := b^2 - a^2 = -640$

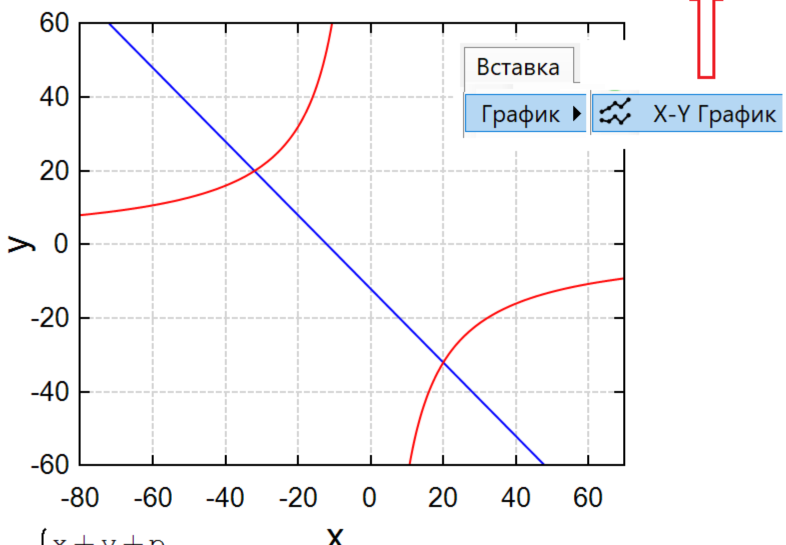
$$-\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} = \begin{cases} 20 \\ -32 \end{cases}$$



Графическое решение



$\begin{cases} 0 \\ x^2 + p \cdot x + q \end{cases}$



$\begin{cases} x + y + p \\ x \cdot y - q \end{cases}$

$$\mathrm{roots}\left(\begin{bmatrix} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 \cdot x_2 = q \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 20 \\ -32 \end{bmatrix}$$

Рис. В3. Решение квадратного уравнения и теорема Виета

Задача была решена тем способом, какой требовала внучка. Заодно автор поиграл с ней (и с внучкой, и задачей) в интересную компьютерную игру под названием «Теорема Виета»: пересекаются или нет красные и синие линии на графиках рисунка В3. А когда они будут касаться друг друга!?

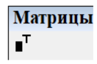
Чтобы довести задачу до конца, нужно начертить треугольник с одной высотой в нормальных пропорциях сторон (на рис. В1 был не чертёж, а *кроки* – наскоро и довольно неаккуратно сделанный на глаз чертёж без нужных пропорций). Вручную это можно сделать на листе бумаги карандашом, угольником и циркулем. На рис. В4 показано, как это делается в среде SMath. Для этого за основу берется полное решение, показанное на рис. В1, по которому ищутся координаты точек для рисования ломанной линии, состоящей из отрезков прямых. Координаты первых двух вершин треугольника C и A найти несложно, прикрепив вершину C к началу декартовых координат, а сторону b положив на ось абсцисс. Координаты третьей вершины B и точки H пересечения высоты со стороной a определяются численно решением систем уравнений. Сами уравнения – это математическая запись работы с циркулем, игла которого последовательно втыкается в две вершины с известными координатами, и от которым прочерчиваются две дуги с известными радиусами. Пересечение дуг – это искомая третья вершина. Треугольник с высотой – это, повторяем, ломанная линия, координаты которой хранятся в матрице Δ. Она для экономии места была введена с двумя строками и шестью столбцами, а потом была транспонирована в матрицу с шестью строками и двумя столбцами.

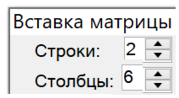
$$x_C := 0 \qquad y_C := 0 \qquad x_A := x_C + b \qquad y_A := y_C$$

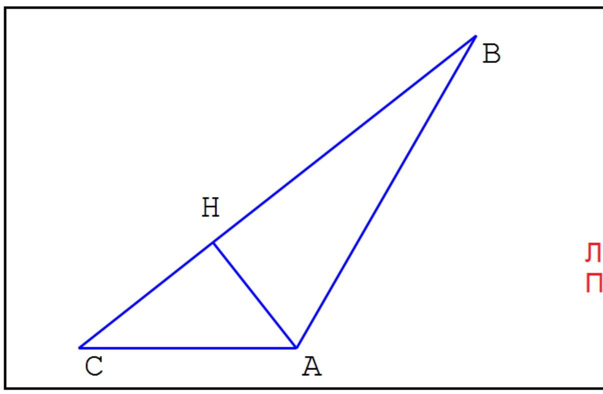
$$\begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix} := \mathrm{roots}\left(\begin{bmatrix} (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 = a^2 \\ (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = c^2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 20 \\ 10 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 22 \\ 17.32 \end{bmatrix}$$

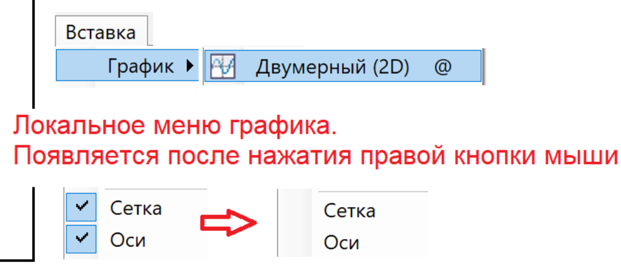
$$\begin{bmatrix} x_H \\ y_H \end{bmatrix} := \mathrm{roots}\left(\begin{bmatrix} (x_H - x_C)^2 + (y_H - y_C)^2 = x^2 \\ (x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2 = h^2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_H \\ y_H \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 7.408 \\ 5.832 \end{bmatrix}$$

$$\Delta := \begin{bmatrix} x_H & x_B & x_A & x_C & x_H & x_A \\ y_H & y_B & y_A & y_C & y_H & y_A \end{bmatrix}^T$$

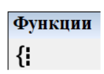








$$\left\{\begin{matrix} \Delta \\ \begin{bmatrix} x_C & y_C & \text{"C"} & 10 & \text{"black"} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x_A & y_A & \text{"A"} & 10 & \text{"black"} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x_B & y_B & \text{"B"} & 10 & \text{"black"} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x_H - 1 & y_H + 3 & \text{"H"} & 10 & \text{"black"} \end{bmatrix} \end{matrix}\right.$$



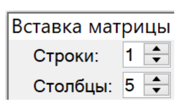


Рис. В4. Черчение треугольника с высотой

Примечание. В матрице Δ элементы расставлены так, чтобы ломаная линия рисовалась «без отрыва карандаша от бумаги и без дублирования линий». В нашей задаче на рис. В4 для этого нужно начать рисование с точки A или с точки H. Выбор любой другой стартовой точки приведет к тому, что какой-то отрезок прямой будет прорисован дважды. Для нашей задачи, решаемой на компьютере, это ограничение излишне, но есть задачи, где это составляет её суть – см., например, задачу коммивояжёра в занятии 7: требуется обойти n точек, побывав в каждой точке один раз и минимизировав путь. Если в нашем треугольнике стороны переименовать в рёбра, а вершины оставить вершинами, то мы получим так называемый *граф*. А теория графов – это интереснейший раздел математики, которого мы коснемся на занятии 7. В интернете по ключу «без отрыва карандаша от бумаги и без дублирования линий» можно найти много подобных занимательных задач с их решением или без оного, но с теоретическим обоснованием, опирающимся на теорию графов. Эта теория, в частности, подсказывает, что такое рисование нужно начинать с нечетных вершин – с вершин, где сходится нечетное число ребер. У нас это вершина A треугольника и точка H. Обход вершин графа – рисование нашего треугольника с высотой связан с так называемым эйлеровым циклом. Тут можно также упомянуть знаменитую задачу о семи мостах Кёнигсберга, которую решил Эйлер.

Итак!

Многие школьные и вузовские задачи по математике, физике, химии и другим дисциплинам сводятся к решению систем уравнений. Школьнику или студенту достаточно понять суть задачи – её «математику, физику, химию», составить систему уравнений, решить её на компьютере и сделать проверку решения. Но нет! Школьников и студентов заставляют заучивать кучу правил и теорем, которые являются не чем иным, как готовыми решениями этих уравнений и систем. Нашу систему шести уравнений (рис. В1) подстановками можно свести к одному квадратному уравнению, описывающему теорему косинусов, но можно этого и не делать, поручив эту работу компьютеру.

Задача на рис. В1 решена полностью – найдены длина третьей стороны треугольника, одна из его высот и остальные параметры, показанные на схеме задачи. Решения же, показанные на рис. В2 и В3, неполные – нужно дополнительно ещё искать высоту треугольника. В решении, показанном на рис. В1, тоже задействована теорема – теорема Пифагора, которую, в отличие от теоремы косинусов (теоремы Пифагора «с хвостиком»), знают все. Нужно ещё вспомнить, что такое синус – и всё! Задача (рис. В1) решена, а ответ даже избыточен. Подход к решению, отображенный на рис. В1, существенно более универсален подхода, показанного на рис. В2 и В3. Любой треугольник или даже многогранник можно разбить на отдельные прямоугольные треугольники, составить несколько систем уравнений и решить их на компьютере. Школьные учителя «математики, физики, химии» тут сразу возразят в том плане, что теперь любой – даже самый слабый школьник сможет с компьютером решить даже самые сложные задачи. А нужно, чтобы они в уме, ручкой и на бумаге делали это. Что тут возразить?! По опыту автора преподавания в вузе он знает, что многие студенты, которым категорически запрещают использовать компьютер для выполнения типового расчета или курсового проекта и заставляют все считать «ручками на бумаге», считают всё-таки на компьютере, а потом переписывают решения «ручками на бумаге», удовлетворяя желания «дремучих» преподавателей, отвергающих компьютер.

Да, компьютер заставляет отказываться от многих «старых добрых» задач и придумывать новые, более сложные, более интересные и более близкие к реальной жизни. Задача о треугольнике восходит к Древней Греции – ко временам расцвета эвклидовой геометрии, когда людям нужно было измерять и межевать земельные участки. В старые времена образование делилось на классическое и реальное. В классических гимназиях старой России делали упор на изучение латыни и древнегреческого языков. В реальных же училищах решали, естественно, реальные, жизненные задачи. Но отголоски «классицизма» в образовании мы видим и в современной школе при преподавании математики. Так, в задаче о треугольнике используются не современные методы решения задачи, а те, какие еще древние греки и «латиняне» применяли. Хорошо ли это или плохо – вопрос, который будет поднимться в этой книге не раз. Да, современные компьютерные методы в школе игнорировать нельзя. Дело в том, что школьники и студенты, заучив набор правил и теорем, не могут их применять к более сложным нестандартным задачам, где упор нужно делать на «математику, физику, химию»…

Описанная история с внучкой и побудила автора написать эту книгу о компьютере и образовании – школьном и университетском с опорой на пакет SMath.

Само Введение

В данном издании рассматриваются вопросы, связанные с использованием технологии STEM (Science – наука, Technology – технологии, Engineering – инженерное дело, Mathematics – математика) в современном школьном и высшем образовании на основе решения задач из различных предметных областей, изучаемых в школе и в техническом университете. Русское зарождающееся название этой технологии образования, попавшее на обложку книги – МИТ (Математика, Информатика, Техника). МИТ – это вот что: школьники или студенты приходят в класс или в аудиторию, оснащённую вычислительной техникой, или удалённо подключаются к занятию из дома и целый день (с перерывами на физкультуру и обед) решают интересные естественно-научные и инженерные задачи. Для решения задач нужны знания по математике, физике, химии, информатике и другим школьным и вузовским дисциплинам. В другие дни школьники или студенты идут на занятия по традиционным предметам и углубляют знания и навыки в этих областях, хорошо понимая при этом, для чего они нужны.

Задачи, приведенные в этой книге, достаточно занимательны (что очень важно) и охватывают следующие темы из дисциплин, изучаемых в школе и в вузе.

Математика:

- Работа с простыми и непростыми дробями (занятие 8);
- решение алгебраических уравнений и их систем (занятия 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 16);
- построение графиков функциональных зависимостей (занятия 1-10, 13 и 15-16), анализ функции одного и многих аргументов (занятия 1-4, 6, 10, 12, 13, 15 и 16) , производная функции (занятия 1, 2, 4, 5, 10, 13 и 15);
- теория вероятностей (занятие 12);
- математическая статистика (занятие 6) и др.

Информатика:

- системы счислений (занятие 14);
- основы алгоритмизации и программирования (занятия 2, 4, 5-7, 9, 10, 13 и 14);
- работа на специализированных форумах интернета (занятия 1, 9, 12 и 13) и др.

Физика:

- механика (статика, кинематика, динамика – занятия 4, 5, 10, 12, 13 и 15);
- закон Архимеда (занятие 12);
- оптика (занятие 13);
- теплота (занятие 16);
- электричество и магнетизм (занятие 5);
- астрономия (занятия 10 и 15);
- системы измерения физических величин (занятия 1, 3, 4-5, 10-13 и 15-16) и др.

Химия:

- способы выражения видов концентрации (занятие 11);

- решение химических задач на пропорции (занятие 11) и др.

Книга ориентирована, в первую очередь, на студентов высших учебных заведений технического профиля и их преподавателей, которые могут использовать книгу в качестве уже готовых сценариев лекционных или практических занятий, например, при рассмотрении таких тем, как аналитическое и численное решение дифференциальных уравнений (занятия 10, 13 и 15), интегрирование (занятие 10), теория графов (занятия 7 и 12), метод Монте-Карло (занятие 12), небесная механика (занятия 10 и 15) и многих других, отмеченных выше.

При этом ряд занятий книги, связанных, с комбинаторикой (занятие 8), представлением графических объектов в компьютерных средах (занятие 9), системами счислений (занятие 14), решением систем алгебраических уравнений в физических задачах (элементы занятий 1, 3, 5, 10), линейной регрессией и интерполяцией (элементы занятия 6) вполне доступны для разбора с продвинутыми школьниками младших и старших классов на соответствующих факультативах.

Для компьютерной реализации решения задач, представленных в книге, используется отечественная свободно распространяемая физико-математическая программа SMath Studio (далее SMath – www.smath.com), которую можно устанавливать как под операционную систему Windows, так и Linux.

Программа SMath Studio зарегистрирована в российском реестре программного обеспечения – см. https://reestr.digital.gov.ru/search/?q=SMath.

История развития методов решения задач по математике, физике, химии в школе – средней и высшей — это, помимо прочего, и история борьбы с... вычислительными средствами. Сначала (на уроках устного счета, например) запрещали пользоваться ручкой и листом бумаги, затем (при изучении счета «столбиком» ручкой на бумаге) — калькулятором и, наконец, при решении более сложных задач — компьютером с современными математическими программами. Вернее, прямо не запрещали и не запрещают, а говорили и говорят, что, мол, решение на компьютере задачи по математике равносильно решению задачи для устного счета (65 умножить на 9, например) на калькуляторе. Этот запрет касается не самих вычислительных средств, которые можно и нужно осваивать с помощью специально подобранных примеров на занятиях по информатике или по новой зарождающейся дисциплине МИТ, а применения этих компьютерных инструментов для решения задач, придуманных для уроков по математике, физике, химии... Но современные школьники и студенты, обвешанные электронными гаджетами[2], этого не понимают. Более того, они уже не мыслят учебы, а иногда, к сожалению, и досуга без компьютера или смартфона. С устным счетом здесь все более-менее ясно. Эти упражнения — прекрасная гимнастика для ума. Использование на таких занятиях калькулятора равносильно дооборудованию спортивного тренажера... гидроусилителями. Счет «столбиком» также можно рассматривать как гимнастику для ума и хорошую моторику для рук. Но тут подмешивается ещё один довод. Считать в уме нужно уметь, если под рукой не окажется карандаша и бумаги, считать карандашом на бумаге нужно уметь, если под рукой не окажется калькулятора и т. д. Но... добывать огонь трением «нужно уметь, если под рукой не окажется» спичек или зажигалки, определять стороны света по деревьям в лесу «нужно уметь, если под рукой не окажется» компаса или навигатора и т. д. и т. п. К сожалению или к счастью, с развитием цивилизации мы разучились считать в уме, добывать огонь трением, ориентироваться на местности по природным приметам и т. д. и т. п. Школьный учитель автора этой книги не уставал повторять на занятиях по арифметике, что если мы, его ученики, не научимся быстро и точно считать в уме или, по крайней мере, столбиком на бумаге, то нас будут обвешивать и обсчитывать в магазинах. Сейчас эта мотивация освоения устного счета уже не работает, т. к. в современных супермаркетах практикуют современные же методы «обвешивания и обсчитывания». Противники использования современных компьютерных средств решения школьных и вузовских задач по математике, физике, химии также опираются на ряд других доводов, о которых они, правда, открыто не говорят.

Во-первых, к сожалению, многие школьные учителя и преподаватели вузов, просто-напросто не умеют работать с современными компьютерными математическими программами и/или не знают об их возможностях. Эти преподаватели освоили компьютер, но на уровне офисных программ (текстовый редактор, табличный процессор, электронная почта, работа в интернете) и азов операционной (файловой) системы, но дальше идти не хотят или не могут, оправдывая это и тем, что, мол, математические программы вредны для студентов (см. выше).

Во-вторых, внедрение этих программ в учебный процесс требует кардинального пересмотра содержания и методов преподавания в вузе, а также переписывания учебников и задачников по математике, физике, химии или, по крайней мере, существенной их переработки. Примеры в задачниках, конечно, переписываются. Прежде там были, например, фунты и аршины, а теперь метры и килограммы. Раньше в задаче было: «Землекоп выкопал

[2] А программа SMath работает и на смартфоне.

столько-то метров канавы», а сейчас — «компьютер имеет такой-то объем памяти», но суть задач и методика их решения при этом, увы, не меняются.

В-третьих, многие математические компьютерные программы довольно дороги. Их не в состоянии купить многие наши учебные заведения. Прибавились сложности и с санкциями. Но эти проблемы, сразу скажем, решаемы: используемая для решения в этой книге программа SMath распространяется свободно – она требует только несложной регистрации. Этот программный продукт внесен в реестр отечественного программного обеспечения, работающий, повторяем, и под Linux.

Но почему SMath? Чем же он хорош для такого рода расчетов? Во-первых, конечно, тем, что автор хорошо знает этот пакет и даже написал несколько книг по нему (см. списки литературы после каждого занятия). Но есть, конечно, и объективные показатели удобства работы с SMath. Перечислим их.

1. Хорошая документированность расчетов. Расчет, сделанный в среде SMath, можно распечатать и отдать на проверку школьному учителю или вузовскому преподавателю, который никогда не работал на компьютере, и он в расчёте легко разберётся, укажет на ошибки, даст ценные указания. SMath полностью повторяет расчет, сделанный на бумаге, благодаря режиму WYSIWYG — What You See Is What You Get — «что ты видишь (на экране дисплея), то ты и получишь (на бумаге принтера)». Распечатки решений, полученные в среде SMath, можно оставить в архиве и через 50–100 лет прочитать их и понять, что там написано, а затем, если понадобится, без особых усилий воспроизвести в новых программных средах, которые появятся к тому времени. Но этого не скажешь, например, о программе (экосистеме) Python, который сейчас в моде, которая, как известно, проходящая…

Хорошая документированность и детализация расчетов очень важны в образовательной сфере. Не секрет, что многие учителя и преподаватели настроены против использования школьниками и студентами компьютеров для расчётов по учебным задачам. Мы уже коснулись этой проблемы. Они вполне обоснованно считают, что такие задачи нужно решать сугубо «ручками» без использования компьютеров, или, по крайней мере, теми средствами, которые они сами использовали, будучи школьниками и студентами[3]. Но эти преподаватели часто имеют в виду использование компьютеров как «черных ящиков», в которые «закладывают»

[3] Чтобы упростить ручной счёт в задачах по физике, рекомендуется округлять значение ускорения свободного падения до 10 м/с^2. Слава богу, на занятиях по математике не советуют округлять значения констант π и e до трех.

исходные данные и из которых «вынимают» готовые ответы. Пакет SMath — это отнюдь не тот пресловутый «черный ящик», который противопоказан школьникам и студентам.

2. Работа с единицами измерений (см. рис. В6). Электронные таблицы и языки программирования сыграли с нами злую шутку — отучили нас работать с физическими величинами. Вернее, приучили нас работать с величинами, лишенными размерности (приведенными к базовым СИ), а единицы их измерения (единицы СИ — метры, секунды, паскали, кельвины, джоули, ватты и т. д.) держать в уме и в комментариях, что очень неудобно и чревато ошибками в расчётах. Да и сами основные единицы СИ неудобны: базовая единица давления (паскаль) очень мала и всегда требует множителей кило или мега, температура в кельвинах плохо «чувствуется» и требует перевода в градусы (шкалу) Цельсия и т.д. Работа с единицами измерения позволяет называть SMath не просто математическим, а физико-математическим пакетом.

3. Гибкая система имён переменных. Переменные и функции в среде SMath за редким исключением имеют те же имена, которые закрепились за ними в тех или иных дисциплинах задолго до появления компьютеров. Например, греческой буквой η с различными индексами в теплотехнике обозначают коэффициент полезного действия, а другой греческой буквой λ — теплопроводность. Это наряду с использованием традиционного написания математических констант, операторов и функций, а также верхних и нижних индексов делает язык SMath доступным всем непосвященным (см. п. 1 выше) без особых дополнительных комментариев. Нотация в среде SMath практически совпадает с общепринятой математической нотацией: сумма, интеграл, производная, модуль, степень и т. п.

4. Численная и символьная математика, позволяющая использовать при решении задач библиотеку численных методов, предваряя или дополняя работу попытками (удачными или менее удачными) аналитического решения задачи.

5. В пакет SMath встроены довольно мощные и гибкие инструменты создания плоской и объемной графики, а также анимации. Это позволяет легко и быстро визуализировать исходные, промежуточные и итоговые данные без вызова внешних процедур или написания вспомогательных программ, что способствует лучшему пониманию сути расчёта, выявлению в нем возможных ошибок и ложных путей решения поставленной задачи.

6. Программирование. В среде SMath математические действия на рабочем листе выполняются как на обычном листе бумаги – слева направо и сверху вниз. Но иногда такой

порядок счета необходимо изменить — не выполнять, например, какую-то часть операторов, а выполнять другую или выполнять выделенную группу операторов несколько раз. Такая возможность программирования в среде SMath предусмотрена, и ею успешно пользуются не только продвинутые пользователи, но даже и те, кто когда-то ошибочно считал, что он никогда не будет программировать. Инструменты программирования SMath позволяют решать довольно сложные задачи, не умещающиеся в узких рамках последовательного алгоритма (слева направо и сверху вниз).

7. В пакете SMath предусмотрена возможность расширения списка доступных функций за счет подключения плагинов (дополнений) или программирования.

Как установить пакет SMath в школе, в вузе или у себя дома?

На рисунке В5 показан сайт, с которого скачивается эта программа.

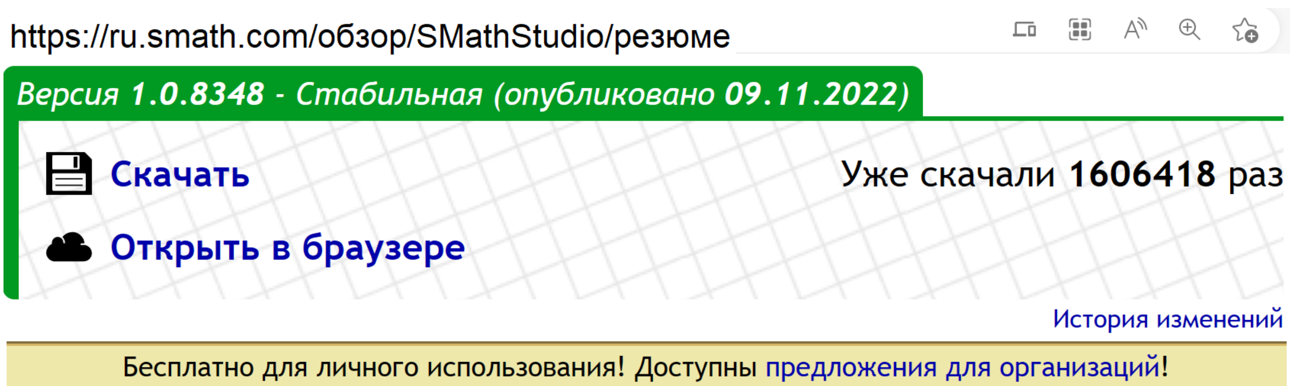


Рис. В5. Одна из станиц сайта www.smath.com

Но можно ничего не скачивать с сайта, а просто воспользоваться облачной версией пакета SMath и решить на ней свою задачу. Так, на рис. В6 показан «облачный» расчет мощности человеческого сердца, через которое прокачивается 70 мл крови в секунду при давлении 120 на 180 миллиметров ртутного столба[4]. Как понимает читатель, в этом расчете главное – правильно перевести единицы измерения в паскали (давление) и метры кубические в секунду (расход – основные единицы СИ).

[4] Сразу отметим, что пакет SMath – это не просто математический, а физико-математический пакет, работающий не только с числами, но и с физическими величинами.

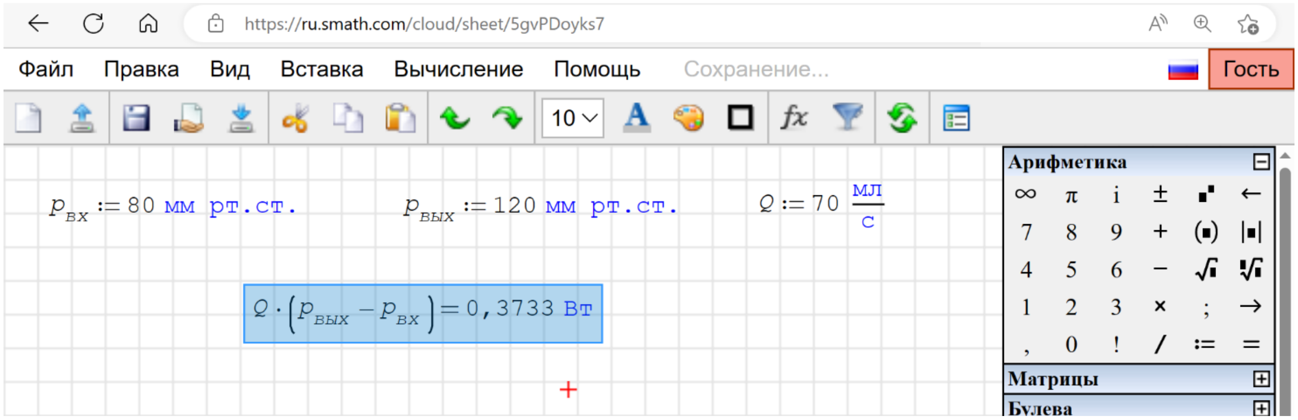
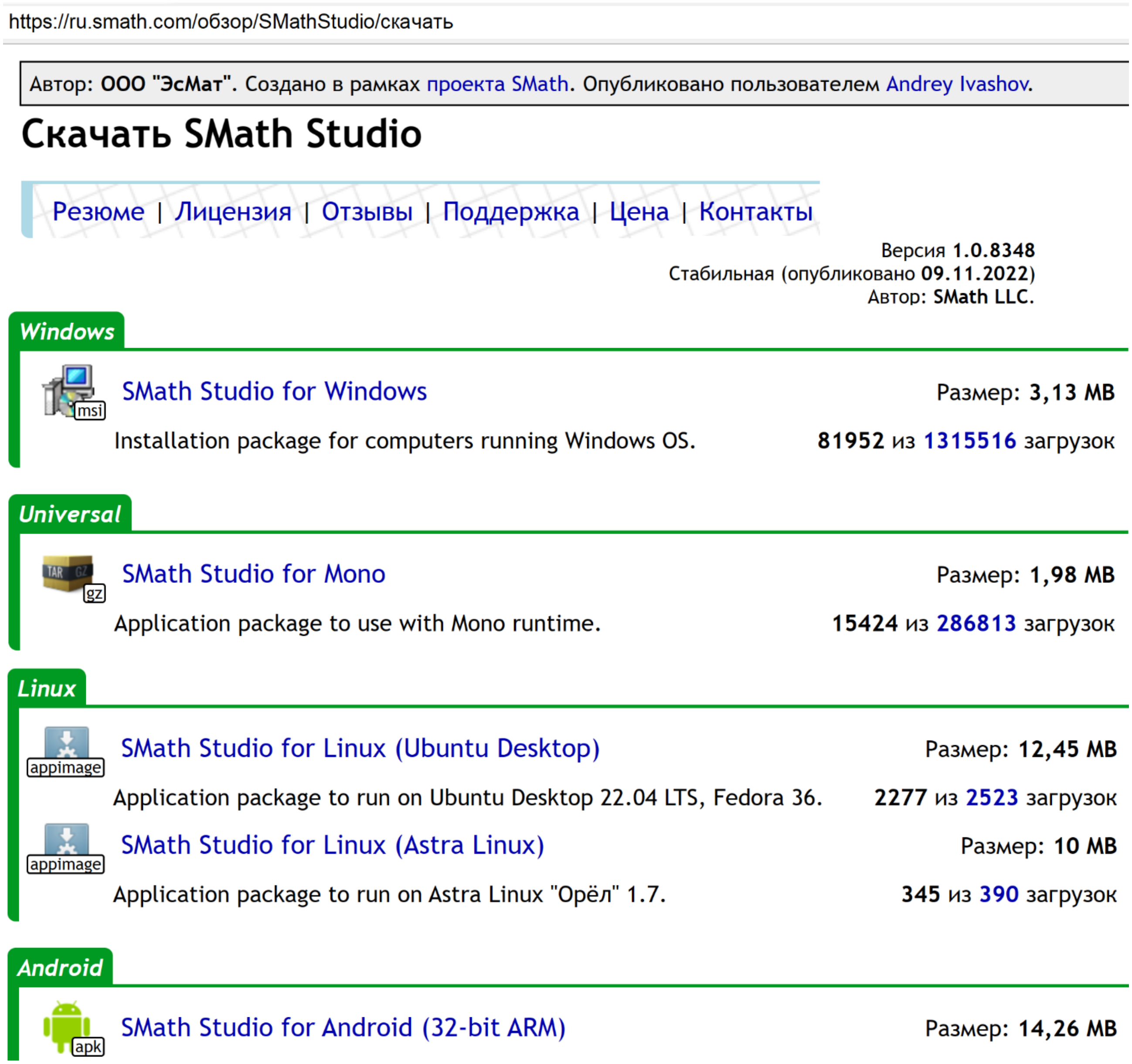


Рис. В6. Расчет мощности сердца взрослого здорового человека, находящегося в спокойном состоянии

Но облачная версия пакета SMath несколько ограничена в своих возможностях. Поэтому приходится «опускаться на землю» и скачивать полную версию – см. рис. В7. Ещё раз подчеркнём, что пакет SMath может работать под управлением разных операционных систем, а не только под Windows. Кроме того, пакет SMath может работать и на смартфоне – см. последнюю позицию на рис. В7.

Но нужно иметь в виду, что многие организации критической инфраструктуры в настоящее время запрещают (блокируют) скачивание программ с внешних серверов. Эта проблема решается через проверку программ в IT-подразделении организации с последующей дистрибуцией по другим подразделениям.



https://ru.smath.com/обзор/SMathStudio/скачать

Автор: **ООО "ЭсМат"**. Создано в рамках проекта SMath. Опубликовано пользователем Andrey Ivashov.

Скачать SMath Studio

Резюме | Лицензия | Отзывы | Поддержка | Цена | Контакты

Версия **1.0.8348**
Стабильная (опубликовано **09.11.2022**)
Автор: **SMath LLC.**

Windows

SMath Studio for Windows — Размер: **3,13 MB**
Installation package for computers running Windows OS. — **81952** из **1315516** загрузок

Universal

SMath Studio for Mono — Размер: **1,98 MB**
Application package to use with Mono runtime. — **15424** из **286813** загрузок

Linux

SMath Studio for Linux (Ubuntu Desktop) — Размер: **12,45 MB**
Application package to run on Ubuntu Desktop 22.04 LTS, Fedora 36. — **2277** из **2523** загрузок

SMath Studio for Linux (Astra Linux) — Размер: **10 MB**
Application package to run on Astra Linux "Орёл" 1.7. — **345** из **390** загрузок

Android

SMath Studio for Android (32-bit ARM) — Размер: **14,26 MB**

Рис. В7. Стартовая страница загрузки SMath

После установки ядра пакета SMath появится возможность подгружать дополнительные приложения (плагины), четыре из которых показаны на рис. В8. Эти дополнения будут использованы при решении задач книги.

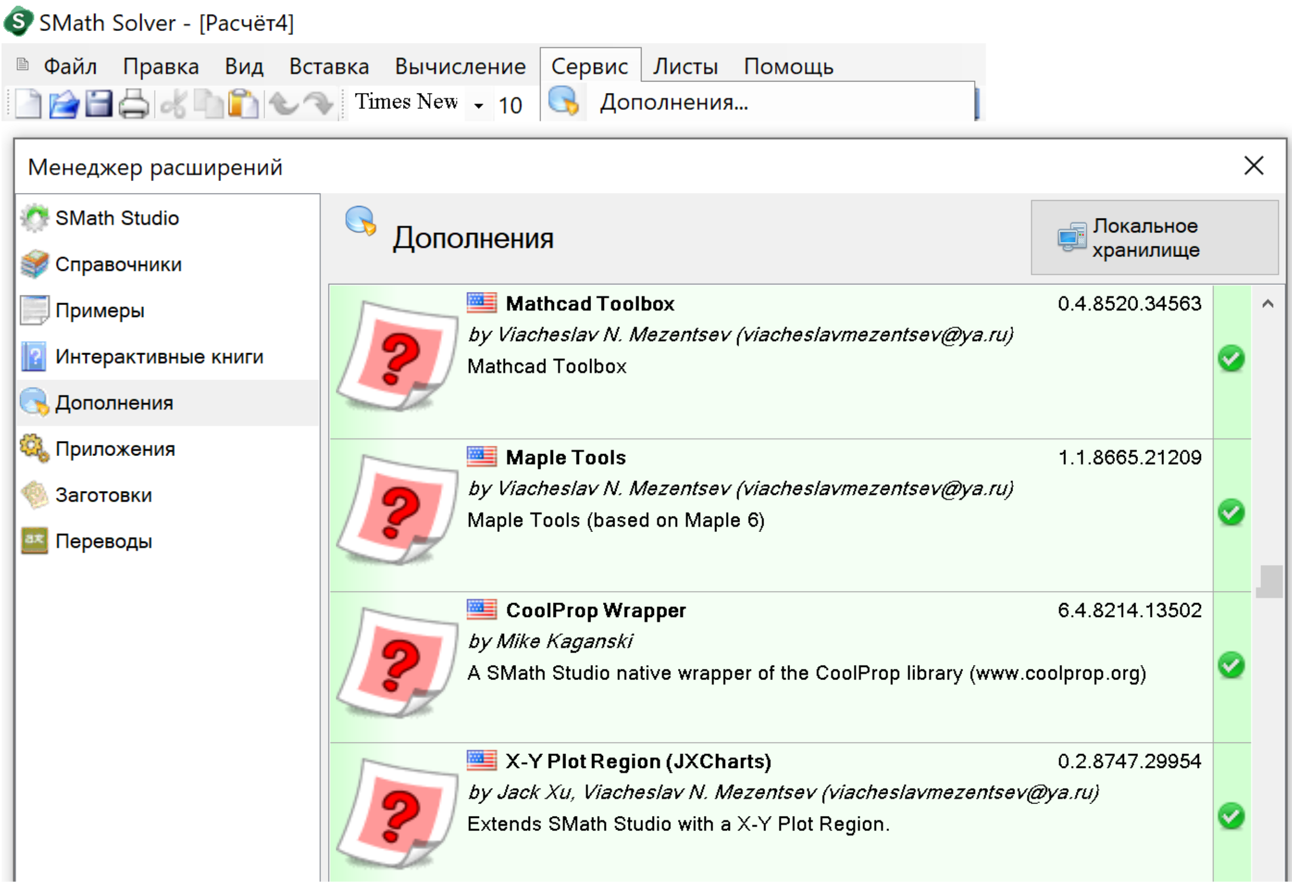


Рис. В8. Загруженные дополнения

Из рисунка В9 видно, что автор установил у себя на компьютере (на май 2024 г.) 54 дополнения, функции одного из которых (авторский пакет WaterSteamPro – www.wsp.ru) стали встроенными в пакет SMath. Это приложение отличается от остальных (от CoolProp Wrapper, например) тем, что оно сертифицировано в Госстандарте России – см. http://www.wsp.ru/images/gssd_ru.png.

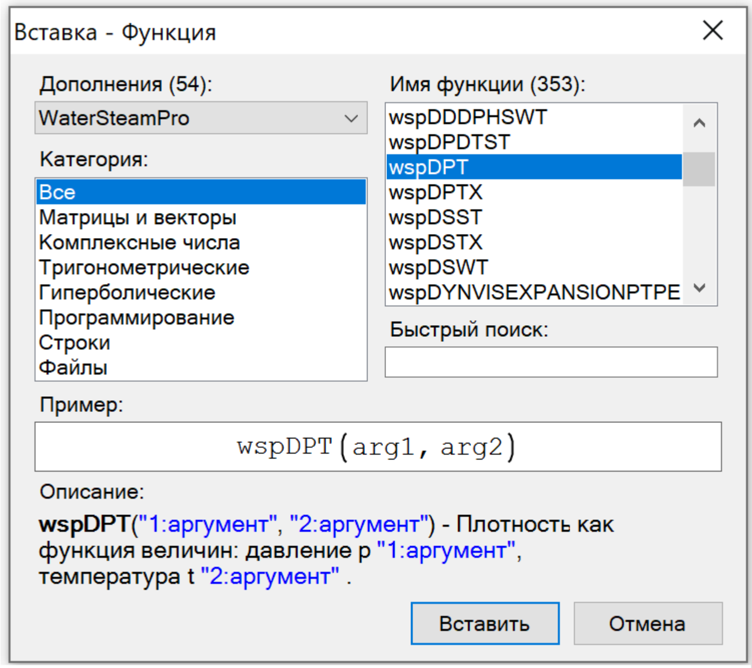


Рис. В9. Функции пакета WaterSteamPro в среде SMath

Если какое-то дополнение ещё не установлено на компьютере, но открываемый файл требует его присутствия, то появится диалоговое окно, показанное на рис. В10.

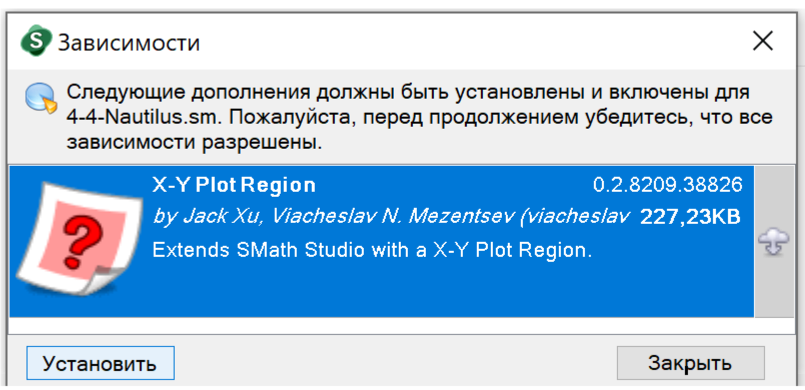


Рис. В10. Подкачка дополнения

Самые первые шаги работы с программой SMath описаны на занятии 11 – см. текст ниже рисунка 11.5. Сделав этот первый шаг, несложно перейти и к другим: расчет по формулам, использование единиц измерения, построение графиков и многое другое, что описано в этой книге. Нужно было, конечно, поставить это занятие в начало книги. Автор надеется, что читатель простит его за это и за другие возможные огрехи книги.

Зачем же нужно приобретать лицензию на бесплатный продукт!?

На сайте https://ru.smath.com/обзор/SMathStudio/цена?name=plans&download=pdf хранится информация об этом.

Вот основные отличия платной и бесплатной версий:

- При печати документов в бесплатной версии в колонтитулах показываются водяные знаки.
- Бесплатная версия ограничивает пользователя в выборе дополнений; примерно треть из них (коммерческие) будут недоступны.
- Для организаций доступна опция установки сервера лицензий внутри локальной сети компании, что исключает необходимость подключения к сети интернет на рабочих станциях. А это очень важно для организаций, заботящихся об информационной безопасности.
- Для организаций доступна опция брендирования ПО SMath Studio.
- В бесплатной версии нет возможности интеграции с другими приложениями (API).
- В бесплатной версии отсутствуют возможности автоматизации вычислений (работа через командную строку).
- Платная версия предполагает техническую поддержку разработчика.
- У платных пользователей больше возможностей в работе с облачной версией программы (см. рис. В6).

Ну и вообще, нужно поддерживать отечественного производителя если не самому лично, то через организацию, где ты работаешь – школа, вуз.

Но для учебной работы вполне подойдет бесплатная версия.

Большую помощь в работе может оказать форум пользователей SMath, расположенный по адресу http://en.smath.com/forum. На занятиях книги часто будут встречаться ссылки на этот форум. С него, в частности, можно скачать многие файлы расчётов, описанных в данном издании.

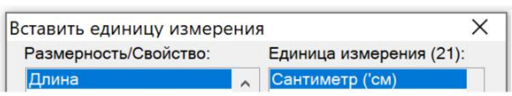
Все занятия книги дополнены заданиями читателю. Предварительное задание по всем занятиям – это воспроизведение описанных расчётов. Далее предлагается их уточнить и расширить. Заканчиваются занятия списком литературы и интернет-ссылок.

Литературные источники показаны с их интернет-адресами, что позволяет быстро их открыть и получить дополнительную информацию по рассматриваемой теме.

В ноябре 2023 года автор изложил предысторию и идею книги в МГУ на Всероссийском съезде учителей и преподавателей математики (https://event.msu.ru/mct2023/section1 – запись выступления автора в прямой трансляции с момента 4 ч 15 мин).

Послесловие к Ведению

Задача о треугольнике решалась нами без использования единиц длины, хотя на рис. В1 прописаны сантиметры: a=28 cm и b=12 cm. Использование размерных величин в функциях `roots` и `solve` несколько проблематично, и об этом будет рассказано в книге. Переиначивая известную поговорку, можно сказать, что две головы (авторская и внучкина) хорошо, а три лучше. Под третьей головой можно понимать… форум пользователей SMath, где был задан вопрос о том, как данную задачу решить с использованием единиц длины – см. https://en.smath.com/forum/yaf_postsm85644_RootsandUnits.aspx. Ответ пользователя из Англии с ником overlord оказался неожиданным: мы с внучкой вспомнили о довольно сложной теореме косинусов, но напрочь забыли о более простой теореме синусов – см. рис. В11.



$$a := 28\ \text{cm} \qquad b := 12\ \text{cm} \qquad \alpha := 120°$$

$$\begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix} := \mathrm{roots}\left(\begin{bmatrix} \alpha + \beta + \gamma = \pi \\ \dfrac{\sin(\alpha)}{a} = \dfrac{\sin(\beta)}{b} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 21.79 \\ 38.21 \end{bmatrix}°$$

$$h := b \cdot \sin(\gamma) = 7.423\ \text{cm} \qquad c := \frac{h}{\sin(\beta)} = 20\ \text{cm}$$

Рис. В11. Задача о треугольнике и теорема синусов

Уменьшение числа уравнений с шести до двух позволило решить систему без задания первых приближений (третий аргумент у функции `roots` – см. рис. В1). А функция `roots` в этом отношении довольно капризная. Если немного изменить начальные приближения, то ответа не будет. Кроме того, все неизвестные в решении на рис. В11 стали безразмерными (угловой градус), что позволило решить задачу с использованием единицы длины сантиметр. Ответы выданы в радианах (угол) и в метрах (длина), которые нужно будет заменить на угловые градусы и сантиметры.

Автор благодарен И.Е. Васильевой за помощь в подготовке рукописи книги, которую можно рассматривать как пробное учебное пособие по зарождающейся школьной и вузовской дисциплине МИТ.