

3.3. Расчет адиабатного процесса с учетом зависимости теплоемкости от температуры

При инженерных расчетах теплотехнических циклов важно точно проводить расчет адиабатного процесса, так как именно такой процесс осуществляется при получении (в турбине) и затрате (в компрессоре) основных работ цикла. Применение же формул, приведенных в разделе 3.2, использующих постоянное значение показателя адиабаты k , может привести к большим погрешностям расчета, поскольку при изменяющихся с изменением температуры теплоемкостях изменяется и показатель адиабаты. При этом из соотношения $k = c_p/c_v = (c_v + R)/c_v = 1 + R/c_v$ видно, что, так как для всех газов с ростом температуры изохорная теплоемкость растет, то показатель адиабаты падает.

Обратимый адиабатный процесс есть процесс изоэнтропный ($s = \text{const}$). Исходя из этого, точный расчет его можно провести при использовании справочных данных [1–4], при получении которых были применены точные зависимости для температурной зависимости теплоемкости газов. Рассмотрим методы применения данных [1–4] при различных вариантах задания исходных величин для процесса.

Наиболее часто встречается вариант, в котором известны давление p_1 и температура T_1 газа в начальном состоянии и давление p_2 - в конечном. В этом случае воспользуемся тем, что уравнение (2.5) для изоэнтропного процесса принимает вид

$$S_2^0 - S_1^0 - R \ln p_2 / p_1 = 0, \quad (3.15)$$

а величины стандартной энтропии $S^0(T) = \int_{T_0}^T c_p dT / T$ для различных температур приведены в [1–4]. Обратившись к справочнику, по температуре T_1 найдем величины внутренней энергии u_1 , энтальпии h_1 и стандартной энтропии S_1^0 . Затем, вычислив значение $S_2^0 = S_1^0 + R \ln p_2 / p_1$, по нему найдем в справочнике температуру T_2 , внутреннюю энергию u_2 и энтальпию h_2 для конечного состояния. Удельные объемы газа в начальном и конечном состояниях можно теперь рассчитать по уравнению Клапейрона – Менделеева, а работу расширения определить по уравнению (1.11)

$$l = u_1 - u_2 \quad (3.16)$$

Если же процесс происходит в потоке газа, то техническую работу его следует определить по уравнению (1.27), из которого (при $d(w^2/2) = 0$)

$$l_{\text{тех}} = h_1 - h_2 \quad (3.17).$$

При применении справочников [2,3] процедура вычислений еще несколько упрощается, так как в них табулирована специальная функция адиабатного процесса π_0

$$\pi_0(T) = \exp(S^0/R) \quad (3.18)$$

Имея ее, уравнение (3.15) можно преобразовать

$$\pi_{0,2}(T_2)/\pi_{0,1}(T_1) = p_2/p_1 \quad (3.20)$$

и для нахождения температуры конечного состояния использовать величину $\pi_{0,2}(T_2) = \pi_{0,1}(T_1)p_2/p_1$. Дальнейшие вычисления производятся как описано выше.

Пример 1. На вход газовой турбины поступает газ при давлении $p_1 = 1,6$ МПа и температуре $t_1 = 1050^\circ\text{C}$. В турбине газ расширяется обратимо адиабатно до атмосферного давления $p_2 = 0,1$ МПа. Определить мощность турбины, если расход газа составляет $D = 150$ кг/с. Принять, что свойства газа совпадают со свойствами воздуха.

Решение. Воспользуемся данными о термодинамических свойствах воздуха, приведенными в [2,3]. По начальной температуре $t_1 = 1050^\circ\text{C}$ найдем: $h_1 = 1423,85$, $\pi_{01} = 355,88$. Для нахождения конечной температуры воздуха применим формулу (3.20)

$$\pi_{02} = \pi_{01} \cdot p_2/p_1 = 355,88 \cdot 0,1/1,6 = 22,243$$

По этой величине найдем $T_2 = 653,05$ К, $h_2 = 663,27$, $s_1^0 = 8,2973$. Удельную работу воздуха в турбине (техническую работу) определим по (3.17)

$$l_{\text{тех}} = h_1 - h_2 = 1423,85 - 663,27 = 760,6 \text{ кДж/кг},$$

после чего мощность турбины рассчитывается как

$$N = D \cdot l_{\text{тех}} = 150 \cdot 760,6 = 114,1 \text{ МВт}$$

Заметим, что для нахождения конечной температуры воздуха можно выбрать и несколько иной путь, при котором можно использовать и таблицы [2,3] и программу [4].

При этом вначале по (3.15) вычисляется стандартная энтропия воздуха в конечном состоянии

$$s_2^0 = s_1^0 + R \ln(p_2/p_1) = 8,2973 + (8,3145/28,97) \ln(0,1/1,6) = 7,5012$$

и по этому значению находятся температура и все другие свойства воздуха. Дальнейший расчет идентичен проделанному выше.

Полученный результат полезно сравнить с тем, который можно получить при использовании приближенных соотношений, не учитывающих изменение теплоемкости газа с изменением температуры. В этом случае значение показателя адиабаты для воздуха (двухатомный газ) принимается по данным молекулярно-кинетической теории (таб. 1.1) $k = 1,4$ и его конечная температура вычисляется по формуле (3.7)

$$T_{2,\text{мк}} = T_1(p_2/p_1)^{(k-1)/k} = 1323,15(0,1/1,6)^{(1,4-1)/1,4} = 599,2 \text{ К}$$

Расхождение значений температуры составит

$$\Delta T = T_2 - T_{2,\text{мк}} = 653,05 - 599,2 = 53,85 \text{ К}$$

и относительная погрешность найденной таким образом температуры равна

$$\delta T_{2,\text{мк}} = 100 \cdot \Delta T / T_2 = 100 \cdot 53,85 / 653,05 = 8,2\%$$

Очевидно, что при расчете конечного удельного объема воздуха по уравнению Клапейрона – Менделеева (1.28) его относительная погрешность составит такую же величину, т.е. $\delta v_2 = 8,2\%$. При вычислении удельной работы воздуха по приближенной формуле (3.10) получим

$$l_{\text{тех,пр}} = kR(T_1 - T_2)/(k - 1) = 1,4(8,4145/28,97)(1323,15 - 599,2)/(1,4 - 1) = 727,2 \text{ кДж/кг}$$

и относительная погрешность удельной работы (а, следовательно, и мощности) равна

$$\delta l = 100(l_{\text{тех}} - l_{\text{тех,пр}})/l_{\text{тех}} = 100(760,6 - 727,2)/760,6 = 4,4\%$$

Результаты сравнения свидетельствуют о том, что применение приближенных формул приводит к погрешностям рассчитанных величин, недопустимым при инженерных расчетах, и их следует использовать лишь при качественном анализе процессов.

В случае, когда для адиабатного процесса известны температура T_1 и удельный объем газа v_1 в начальном состоянии и удельный объем v_2 - в конечном, для расчета используется величина

$$S^v(T) = \int_{T_0}^T c_v dT / T. \text{ Для этого уравнение адиабатного процесса (3.15) с помощью уравнения}$$

Майера (1.42) приводится к виду

$$S_2^v - S_1^v + R \ln v_2 / v_1 = 0 \quad (3.21)$$

При применении справочника [4] для нахождения температуры T_2 используется вычисленная величина $S_2^v = S_1^v - R \ln v_2 / v_1$, а в справочниках [2,3] табулирована еще одна функция адиабатного процесса

$$\theta_0(T) = \exp(-S^v/R), \quad (3.22)$$

с помощью которой, преобразовав уравнение (3.21)

$$\theta_{0,2}(T_2)/\theta_{0,1}(T_1) = v_2/v_1, \quad (3.23)$$

по рассчитанной величине $\theta_{0,2}(T_2) = \theta_{0,1}(T_1)v_2/v_1$ в таблице можно найти температуру T_2 и все калорические свойства газа в конечном состоянии. Дальнейший расчет процесса проводится как и в предыдущем случае.

Пример 2. В цилиндре двигателя внутреннего сгорания сжатие воздуха производится обратимо адиабатно от начального давления $p_1 = 0,1$ МПа и температуры $t_1 = 20^\circ\text{C}$ так, что удельный объем его уменьшается в 14 раз. Определить удельную работу, затрачиваемую на сжатие воздуха, его давление и удельный объем в конце сжатия.

Решение. Для нахождения температуры воздуха в конце процесса сжатия на этот раз используем соотношение (3.23) и данные таблиц [2,3]. По температуре t_1 найдем $u_1 = 209,23$; $\pi_{01} = 1,2784$; $\theta_{01} = 6583,3$ и вычислим

$$\theta_{02} = \theta_{01} \cdot v_2 / v_1 = 6583,3 / 14 = 470,24$$

По этой величине найдем $T_2 = 806,55$ К; $u_2 = 597,75$; $\pi_{02} = 49,247$ и по (1.11) рассчитаем удельную работу сжатия воздуха

$$l = u_1 - u_2 = 209,23 - 597,75 = -388,5 \text{ кДж/кг}$$

Конечное давление воздуха определим по соотношению (3.20)

$$p_2 = p_1 \cdot \pi_{02} / \pi_{01} = 0,1 \cdot 49,247 / 1,2784 = 3,852 \text{ МПа,}$$

а удельный объем рассчитаем по уравнению Клапейрона – Менделеева (1.28)

$$v_2 = RT_2 / p_2 = (8,3145 / 28,97) \cdot 806,55 / 3,852 = 0,06009 \text{ м}^3 / \text{кг}$$

При использовании программы [4] порядок расчета отличается только тем, что для нахождения конечной температуры воздуха по (3.21) вычисляется величина

$$S_2^v = S_1^v - R \ln(v_2 / v_1) = 5,2349 - (8,3145 / 28,97) \ln(1/14) = 5,9923 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$$

по которой находятся все остальные свойства воздуха.

Если кроме начальных параметров газа в адиабатном процессе известна его конечная температура T_2 , то недостающий термический параметр определяется по одному из уравнений (3.15), (3.20), (3.21) или (3.23), а весь остальной расчет выполняется как в двух рассмотренных ранее случаях.

В заключение отметим, что подробное рассмотрение расчетов термодинамических процессов идеального газа приведено в [5].