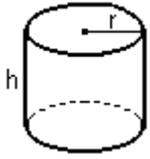


# Оптимизация размеров цилиндрического бака



$$d = 2 \cdot r$$

Справочные данные по объему и площади поверхности цилиндра:

**Объем:**  $V_{\text{б}} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$

**Площадь боковой поверхности:**  $S_{\text{бок}} = \pi \cdot d \cdot h$

**Площадь основания:**  $S_{\text{осн}} = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$

## Задание

Требуется определить оптимальное соотношение между высотой и диаметром основания на основе различных критериев оптимизации

► Подключение русских размерностей

Для определенности примем требуемый объем бака

$$V_{\text{б}} := 100 \cdot \text{м}^3$$

## Вариант №1. Оптимизация по принципу минимума суммарной поверхности бака

Выражение для расчета суммарной площади поверхности бака

$$S_{\Sigma} = S_{\text{бок}} + 2 \cdot S_{\text{осн}} = \pi \cdot d \cdot h + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \pi \cdot d \cdot h + \frac{\pi \cdot d^2}{2}$$

Выразим высоту бака из выражения для его объема

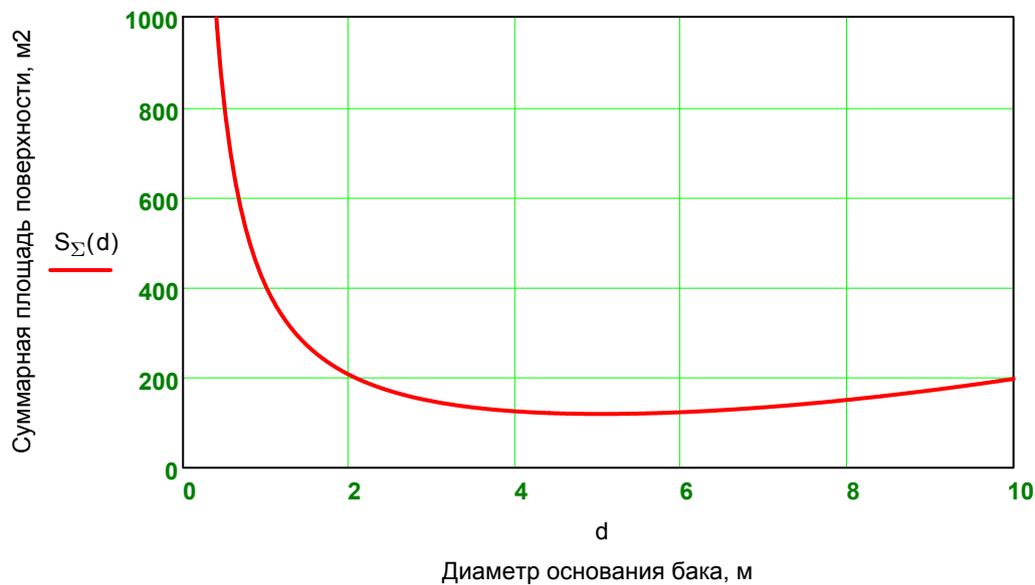
$$V_{\text{б}} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h \quad h = \frac{4 \cdot V_{\text{б}}}{\pi \cdot d^2}$$

Подставим полученное выражение для высоты бака в выражение для суммарной площади поверхности и составим функциональную зависимость суммарной площади от диаметра основания бака при заданном его объеме

$$S_{\Sigma}(d) := \pi \cdot d \cdot \left( \frac{4 \cdot V_{\text{б}}}{\pi \cdot d^2} \right) + \frac{\pi \cdot d^2}{2}$$

## Графический способ решения задачи оптимизации

Построим графическую зависимость данной функции



$$d_{\text{опт\_граф}} := 5.03 \cdot \text{м}$$

$$h_{\text{опт\_граф}} := \frac{4 \cdot V_{\text{б}}}{\pi \cdot d_{\text{опт\_граф}}^2} = 5.032 \cdot \text{м}$$

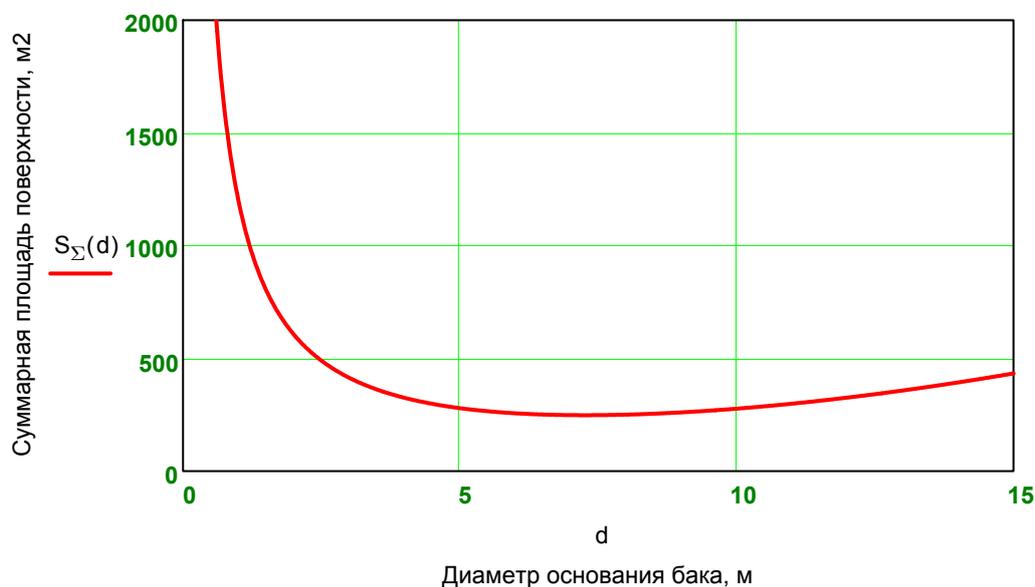
$$\frac{d_{\text{опт\_граф}}}{h_{\text{опт\_граф}}} = 0.999525$$

Примем другой требуемый объем бака:  $V_{\text{б}} := 300 \cdot \text{м}^3$

Составим функциональную зависимость суммарной площади от диаметра основания бака при заданном его объеме

$$S_{\Sigma}(d) := \pi \cdot d \cdot \left( \frac{4 \cdot V_{\text{б}}}{\pi \cdot d^2} \right) + \frac{\pi \cdot d^2}{2}$$

Построим графическую зависимость данной функции



$$d_{\text{опт\_граф}} := 7.26 \cdot \text{м}$$

$$h_{\text{опт\_граф}} := \frac{4 \cdot V_{\text{б}}}{\pi \cdot d_{\text{опт\_граф}}^2} = 7.247 \cdot \text{м}$$

$$\frac{d_{\text{опт\_граф}}}{h_{\text{опт\_граф}}} = 1.001794$$

### Численный способ решения задачи оптимизации

Начальное приближение  $d_{\text{опт\_числ}} := 0 \cdot \text{м}$

Определение координаты точки минимума целевой функции (суммарной площади поверхности бака) путем обращения к встроенной функции пакета Mathcad Minimize

$$d_{\text{опт\_числ}} := \text{Minimize}(S_{\Sigma}, d_{\text{опт\_числ}}) = 7.256 \cdot \text{м}$$

$$h_{\text{опт\_числ}} := \frac{4 \cdot V_6}{\pi \cdot d_{\text{опт\_числ}}^2} = 7.256 \cdot \text{м}$$

$$\frac{d_{\text{опт\_числ}}}{h_{\text{опт\_числ}}} = 1.00000002170649$$

Начальное приближение  $d_{\text{опт\_числ}} := 1 \cdot \text{м}$

Определение координаты точки минимума целевой функции (суммарной площади поверхности бака) путем обращения к встроенной функции пакета Mathcad Minimize

$$d_{\text{опт\_числ}} := \text{Minimize}(S_{\Sigma}, d_{\text{опт\_числ}}) = 7.256 \cdot \text{м}$$

$$h_{\text{опт\_числ}} := \frac{4 \cdot V_6}{\pi \cdot d_{\text{опт\_числ}}^2} = 7.256 \cdot \text{м}$$

$$\frac{d_{\text{опт\_числ}}}{h_{\text{опт\_числ}}} = 1.00000002172361$$

Начальное приближение  $d_{\text{опт\_числ}} := 10 \cdot \text{м}$

Определение координаты точки минимума целевой функции (суммарной площади поверхности бака) путем обращения к встроенной функции пакета Mathcad Minimize

$$d_{\text{опт\_числ}} := \text{Minimize}(S_{\Sigma}, d_{\text{опт\_числ}}) = 7.256 \cdot \text{м}$$

$$h_{\text{опт\_числ}} := \frac{4 \cdot V_6}{\pi \cdot d_{\text{опт\_числ}}^2} = 7.256 \cdot \text{м}$$

$$\frac{d_{\text{опт\_числ}}}{h_{\text{опт\_числ}}} = 1.00000005191903$$

Начальное приближение  $d_{\text{опт\_числ}} := -1 \cdot \text{м}$

Определение координаты точки минимума целевой функции (суммарной площади поверхности бака) путем обращения к встроенной функции пакета Mathcad Minimize

$$d_{\text{опт\_числ}} := \text{Minimize}(S_{\Sigma}, d_{\text{опт\_числ}}) = -5.155 \times 10^{-9} \cdot \text{м}$$

$$h_{\text{опт\_числ}} := \frac{4 \cdot V_6}{\pi \cdot d_{\text{опт\_числ}}^2} = 1.437 \times 10^{19} \cdot \text{м}$$

$$\frac{d_{\text{опт\_числ}}}{h_{\text{опт\_числ}}} = -358.675813856185470 \times 10^{-30}$$

Еще один из способов поиска минимума - через блок Given..MinErr

Начальное приближение  $d_{\text{опт\_числ}} := 1 \cdot \text{м}$

Given

$$S_{\Sigma}(d_{\text{опт\_числ}}) = 0 \cdot \text{м}^2$$

$$d_{\text{опт\_числ}} := \text{Minerr}(d_{\text{опт\_числ}}) = 7.256 \text{ м}$$

$$h_{\text{опт\_числ}} := \frac{4 \cdot V_6}{\pi \cdot d_{\text{опт\_числ}}^2} = 7.256 \cdot \text{м}$$

$$\frac{d_{\text{опт\_числ}}}{h_{\text{опт\_числ}}} = 1.000000045223627$$

Начальное приближение  $d_{\text{опт\_числ}} := 0 \cdot \text{м}$

Given

$$S_{\Sigma}(d_{\text{опт\_числ}}) = 0 \cdot \text{м}^2$$

$$d_{\text{опт\_числ}} := \text{Minerr}(d_{\text{опт\_числ}}) = \blacksquare$$

$$h_{\text{опт\_числ}} := \frac{4 \cdot V_6}{\pi \cdot d_{\text{опт\_числ}}^2} = \blacksquare \cdot \text{м}$$

$$\frac{d_{\text{опт\_числ}}}{h_{\text{опт\_числ}}} = \blacksquare$$

Начальное приближение

$$d_{\text{опт\_числ}} := -1 \cdot \text{м}$$

Given

$$S_{\Sigma}(d_{\text{опт\_числ}}) = 0 \cdot \text{м}^2$$

$$d_{\text{опт\_числ}} := \text{Minerr}(d_{\text{опт\_числ}}) = -9.142 \text{ м}$$

$$h_{\text{опт\_числ}} := \frac{4 \cdot V_6}{\pi \cdot d_{\text{опт\_числ}}^2} = 4.571 \cdot \text{м}$$

$$\frac{d_{\text{опт\_числ}}}{h_{\text{опт\_числ}}} = -2.0000000000000000$$

### Аналитический способ решения задачи оптимизации с помощью символьной математики пакета Mathcad

Запишем исходные выражения для суммарной площади поверхности бака и его объема

$$S_{\Sigma} = \pi \cdot d \cdot h + 2 \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad V_6 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$$

Выразим с помощью ключевых команд символьной математики зависимость суммарной площади поверхности бака от диаметра основания

а) Для начала выразим высоту бака из его объема и высоты

$$V_6 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h \text{ solve, } h \rightarrow \frac{1200 \cdot \text{м}^3}{\pi \cdot d^2}$$

численное значение  $1200 \text{ м}^3$  появилось из значения ранее определенного объема бака умноженного на 4. Для того, чтобы "скрыть" численное значение объема бака достаточно записать следующее:

$$V_6 := V_6$$

и тогда

$$V_6 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h \text{ solve, } h \rightarrow \frac{4 \cdot V_6}{\pi \cdot d^2}$$

б) Выражение для суммарной площади поверхности

$$S_{\Sigma} = \pi \cdot d \cdot h + 2 \frac{\pi \cdot d^2}{4} \text{ substitute, } h = \frac{4 \cdot V_6}{\pi \cdot d^2} \rightarrow \text{function} = \frac{\pi \cdot d^3 + 8 \cdot V_6}{2 \cdot d}$$

Аналогично предыдущему пункту, "скроем" значение  $S_{\Sigma}$ :

$$S_{\Sigma} := S_{\Sigma}$$

$$S_{\Sigma} = \pi \cdot d \cdot h + 2 \frac{\pi \cdot d^2}{4} \text{ substitute, } h = \frac{4 \cdot V_6}{\pi \cdot d^2} \rightarrow S_{\Sigma} = \frac{\pi \cdot d^3 + 8 \cdot V_6}{2 \cdot d}$$

Для определения точки минимума найдем производную функциональной зависимости суммарной площади поверхности бака по диаметру бака

$$\frac{d}{dd} \frac{\pi \cdot d^3 + 8 \cdot V_6}{2 \cdot d} \rightarrow \frac{3 \cdot \pi \cdot d}{2} - \frac{\pi \cdot d^3 + 8 \cdot V_6}{2 \cdot d^2}$$

И решим данное выражение относительно диаметра основания бака. Т.е. найдем значения диаметра бака, при которых производная равна нулю:

$$\frac{d}{dd} \frac{\pi \cdot d^3 + 8 \cdot V_6}{2 \cdot d} \text{ solve, } d \rightarrow \left[ \begin{array}{c} \left( \frac{4 \cdot V_6}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}} \\ \frac{\left( \frac{4 \cdot V_6}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}}}{2} + \frac{\sqrt{3} \cdot \left( \frac{4 \cdot V_6}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}}}{2} \cdot i \\ \frac{\left( \frac{4 \cdot V_6}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}}}{2} - \frac{\sqrt{3} \cdot \left( \frac{4 \cdot V_6}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}}}{2} \cdot i \end{array} \right]$$

Комплексные значения не удовлетворяют физическому смыслу задачи и могут быть отброшены. Поэтому можем записать:

$$d_{\text{ОПТ\_СИМВ}} := \left( \frac{4 \cdot V_6}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$h_{\text{ОПТ\_СИМВ}} := \frac{4 \cdot V_6}{\pi \cdot d_{\text{ОПТ\_СИМВ}}^2}$$

$$\frac{d_{\text{ОПТ\_СИМВ}}}{h_{\text{ОПТ\_СИМВ}}} \text{ simplify } \rightarrow 1$$

$$\frac{d_{\text{ОПТ\_СИМВ}}}{h_{\text{ОПТ\_СИМВ}}} = 1.0000000000000000 \quad \frac{d_{\text{ОПТ\_СИМВ}}}{h_{\text{ОПТ\_СИМВ}}} \rightarrow \frac{\pi \cdot \frac{4 \cdot V_6}{\pi}}{4 \cdot V_6}$$

"Автоматизация" символьных вычислений

$$\frac{d_{\text{ОПТ\_СИМВ}}}{h_{\text{ОПТ\_СИМВ}}} := \frac{d}{dd} \left( S_{\Sigma} = \pi \cdot d \cdot h + 2 \frac{\pi \cdot d^2}{4} \right) \left| \begin{array}{l} \text{substitute, } h = \left( V_6 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h \text{ solve, } h \rightarrow \frac{4 \cdot V_6}{\pi \cdot d^2} \right) \\ \text{solve, } d \end{array} \right. \rightarrow \left[ \begin{array}{c} \frac{(-4)^{\frac{1}{3}} \cdot V_6^{\frac{1}{3}}}{\pi^{\frac{1}{3}}} \\ \frac{(-4)^{\frac{1}{3}} \cdot V_6^{\frac{1}{3}}}{\pi^{\frac{1}{3}}} \cdot \left( -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ \frac{(-4)^{\frac{1}{3}} \cdot V_6^{\frac{1}{3}}}{\pi^{\frac{1}{3}}} \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \end{array} \right]$$

$$h_{\text{ОПТ\_СИМВ}} := \frac{4 \cdot V_6}{\pi \cdot d_{\text{ОПТ\_СИМВ}}^2} \quad \frac{d_{\text{ОПТ\_СИМВ}}}{h_{\text{ОПТ\_СИМВ}}} = \begin{pmatrix} -1.000000000000000 \\ -1.000000000000000 \\ -1.000000000000000 \end{pmatrix}$$

Преодоление "ошибки" в 14 версии пакета Mathcad

$$d_{\text{ОПТ\_СИМВ}} := \frac{d}{dd} \left( S_{\Sigma} = \pi \cdot d \cdot h + 2 \frac{\pi \cdot d^2}{4} \right) \left| \begin{array}{l} \text{substitute, } h = \left( V_6 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h \text{ solve, } h \rightarrow \frac{4 \cdot V_6}{\pi \cdot d^2} \right) \\ \text{solve, } d \end{array} \right. \rightarrow \left[ \begin{array}{c} \frac{\frac{1}{4^{\frac{1}{3}}} \cdot V_6^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{\pi^{\frac{1}{3}}}} \\ \frac{\frac{1}{4^{\frac{1}{3}}} \cdot V_6^{\frac{1}{3}} \cdot \left( -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)}{\frac{1}{\pi^{\frac{1}{3}}}} \\ \frac{\frac{1}{4^{\frac{1}{3}}} \cdot V_6^{\frac{1}{3}} \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)}{\frac{1}{\pi^{\frac{1}{3}}}} \end{array} \right]$$

$$h_{\text{ОПТ\_СИМВ}} := \frac{4 \cdot V_6}{\pi \cdot d_{\text{ОПТ\_СИМВ}}^2} \quad \frac{d_{\text{ОПТ\_СИМВ}}}{h_{\text{ОПТ\_СИМВ}}} = \begin{pmatrix} 1.000000000000000 \\ 1.000000000000000 \\ 1.000000000000000 \end{pmatrix}$$

## Вариант №2. Оптимизация по принципу минимума тепловых потерь

Коэффициента неравномерности, учитывающий неравномерность теплового потока через дно и другие поверхности бака

$$a := 0.5$$

Выражение для расчета площади поверхности бака, относительно которой пропорциональны тепловые потери

$$S_{\Sigma\_теп} = S_{\text{бок}} + S_{\text{дно}} + S_{\text{крышк}} = \pi \cdot d \cdot h + a \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} + \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \pi \cdot d \cdot h + \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot (a + 1)$$

Составим функциональную зависимость площади поверхности бака, относительно которой пропорциональны тепловые потери, от диаметра основания бака при заданном его объеме

$$S_{\Sigma\_теп}(d) := \pi \cdot d \cdot \left( \frac{4 \cdot V_6}{\pi \cdot d^2} \right) + \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot (a + 1)$$

### Численный способ решения задачи оптимизации

Начальное приближение  $d_{\text{ОПТ\_числ}} := 0 \cdot \text{м}$

Определение координаты точки минимума целевой функции (суммарной площади поверхности бака) путем обращения к встроенной функции пакета Mathcad Minimize

$$d_{\text{ОПТ\_числ}} := \text{Minimize}(S_{\Sigma\_теп}, d_{\text{ОПТ\_числ}}) = 7.986 \cdot \text{м}$$

$$h_{\text{ОПТ\_числ}} := \frac{4 \cdot V_6}{\pi \cdot d_{\text{ОПТ\_числ}}^2} = 5.989 \cdot \text{м} \quad \frac{d_{\text{ОПТ\_числ}}}{h_{\text{ОПТ\_числ}}} = 1.333333327971930$$

### Аналитический способ решения задачи оптимизации

$$a := a$$

$$\frac{d}{dd} \left[ \pi \cdot d \cdot \left( \frac{4 \cdot V_6}{\pi \cdot d^2} \right) + \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot (a + 1) \right] \text{ solve, } d \rightarrow \left[ \begin{array}{c} \left( \frac{8 \cdot V_6}{\pi + \pi \cdot a} \right)^{\frac{1}{3}} \\ \frac{\left( \frac{8 \cdot V_6}{\pi + \pi \cdot a} \right)^{\frac{1}{3}}}{2} + \frac{\sqrt{3} \cdot \left( \frac{8 \cdot V_6}{\pi + \pi \cdot a} \right)^{\frac{1}{3}}}{2} \cdot i \\ \frac{\left( \frac{8 \cdot V_6}{\pi + \pi \cdot a} \right)^{\frac{1}{3}}}{2} - \frac{\sqrt{3} \cdot \left( \frac{8 \cdot V_6}{\pi + \pi \cdot a} \right)^{\frac{1}{3}}}{2} \cdot i \end{array} \right]$$

$$d_{\text{ОПТ\_СИМВ}} := \left( \frac{8 \cdot V_6}{\pi + \pi \cdot a} \right)^{\frac{1}{3}} \quad h_{\text{ОПТ\_СИМВ}} := \frac{4 \cdot V_6}{\pi \cdot d_{\text{ОПТ\_СИМВ}}^2} \quad \frac{d_{\text{ОПТ\_СИМВ}}}{h_{\text{ОПТ\_СИМВ}}} \text{ simplify } \rightarrow \frac{2}{a + 1} \quad \frac{d_{\text{ОПТ\_СИМВ}}}{h_{\text{ОПТ\_СИМВ}}} = 1 \frac{1}{3}$$

### Вариант №3. Оптимизация по принципу минимума затрат на сооружение и эксплуатацию бака

Будем учитывать следующие составляющие:

- стоимость землеотвода;
- земельный налог;
- стоимость металла;
- стоимость изоляции;
- тепловые потери;
- стоимость сооружения бака.

а) Стоимость землеотвода

Курс доллара      \$US := 26.2 · руб

Примем коммерческую стоимость  
выкупа земли       $C_{\text{земли}} := 10^5 \cdot \frac{\$US}{100 \cdot \text{м}^2}$

Тогда затраты на землеотвод с учетом организации подхода к баку (2 м) будут составлять

$$C_{\text{Тзем}}(d) := (d + 2 \cdot \text{м})^2 \cdot C_{\text{земли}}$$

б) Земельный налог

Ставка земельного налога:       $K_{\text{зем.нал}} := 0.75 \cdot \frac{\%}{\text{год}}$

В качестве упрощения примем исчисление земельного налога как процент от коммерческой стоимости земли. Тогда годовые затраты на земельный налог будут составлять

$$C_{\text{Тзем.нал}}(d) := K_{\text{зем.нал}} \cdot C_{\text{Тзем}}(d)$$

в) Стоимость металла

Цена металла       $C_{\text{ме}} := 400000 \cdot \frac{\text{руб}}{\text{м}^3}$

Толщина крышки бака       $\delta_{\text{крышк}} := 5 \cdot \text{мм}$

Толщину стенок и дна будем определять из условия надежной работы:

Коэффициент прочности швов  $\phi := 0.9$

Допустимое напряжение металла  $\sigma_{\text{ме}} := 500 \cdot \text{МПа}$

Прибавка к расчетной толщине стенки на утонение за счет коррозии, с учетом срока службы  $C1 := 2 \cdot \text{мм}$

Техническая прибавка, предусматривающая утонение стенки при технологических операциях  $C2 := 0.5 \cdot \text{мм}$

Допуск на толщину стенки  $C3 := 2 \cdot \text{мм}$

Барометрическое давление  $P_{\text{б}} := 760 \cdot \text{мм}_\text{рт}_\text{ст}$

Плотность воды  $\rho_{\text{в}} := \text{wspDENSPT}(P_{\text{б}}, 40 \text{ }^\circ\text{C}) = 992.2 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Тогда толщина стенок бака будет рассчитываться по следующему выражению:

$$\delta_{\text{металла}} = C1 + C2 + C3 + \frac{(P_{\text{б}} + \rho_{\text{в}} \cdot g \cdot h) \cdot d}{2\sigma_{\text{ме}} \cdot \phi + (P_{\text{б}} + \rho_{\text{в}} \cdot g \cdot h)}$$

Подставив выражение для высоты бака получим, с учетом округления

$$\delta_{\text{металла}}(d) := \text{Ceil} \left[ C1 + C2 + C3 + \frac{\left[ P_{\text{б}} + \rho_{\text{в}} \cdot g \cdot \left( \frac{4 \cdot V_{\text{б}}}{\pi \cdot d^2} \right) \right] \cdot d}{2\sigma_{\text{ме}} \cdot \phi + \left[ P_{\text{б}} + \rho_{\text{в}} \cdot g \cdot \left( \frac{4 \cdot V_{\text{б}}}{\pi \cdot d^2} \right) \right]} \right], \text{ мм}$$

Тогда объем металла будет составлять

$$S_{\text{Тме}} = (S_{\text{бок}} + S_{\text{дно}}) \cdot \delta_{\text{металла}}(d) + S_{\text{крышк}} \cdot \delta_{\text{крышк}}$$

А затраты на металл

$$S_{\text{Тме}}(d) := \left[ \left[ \pi \cdot d \cdot \left( \frac{4 \cdot V_{\text{б}}}{\pi \cdot d^2} \right) + \frac{\pi \cdot d^2}{4} \right] \cdot \delta_{\text{металла}}(d) + \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \delta_{\text{крышк}} \right] \cdot C_{\text{ме}}$$

г) Стоимость изоляции

Примем толщину изоляции  $\delta_{\text{изол}} := 30 \cdot \text{см}$

Цена изоляции  $C_{\text{изол}} := 600 \cdot \frac{\text{руб}}{0.3 \cdot \text{м}^3}$

Затраты на изоляцию при условии ее равномерного нанесения

$$S_{\text{Тизол}} = (V_{\text{изол\_бок}} + V_{\text{изол\_дно}} + V_{\text{изол\_крышк}}) \cdot C_{\text{изол}}$$

$$S_{\text{Тизол}} = \left[ h \cdot \delta_{\text{изол}} \cdot \pi \cdot \left( d + \frac{\delta_{\text{изол}}}{2} \right) + \frac{\pi \cdot (d + \delta_{\text{изол}} \cdot 2)^2}{4} \cdot \delta_{\text{изол}} + \frac{\pi \cdot (d + \delta_{\text{изол}} \cdot 2)^2}{4} \cdot \delta_{\text{изол}} \right] \cdot C_{\text{изол}}$$

$$S_{\text{Тизол}}(d) := \left[ \left( \frac{4 \cdot V_{\text{б}}}{\pi \cdot d^2} \right) \cdot \delta_{\text{изол}} \cdot \pi \cdot \left( d + \frac{\delta_{\text{изол}}}{2} \right) + \frac{\pi \cdot (d + \delta_{\text{изол}} \cdot 2)^2}{4} \cdot \delta_{\text{изол}} + \frac{\pi \cdot (d + \delta_{\text{изол}} \cdot 2)^2}{4} \cdot \delta_{\text{изол}} \right] \cdot C_{\text{изол}}$$

д) Тепловые потери

Средняя разность температур воды и окружающего воздуха  $\Delta t := 30 \cdot \text{К}$

Коэффициент теплоотдачи от воды к стенкам бака

$$\alpha_1 := 500 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}}$$

Коэффициент теплопроводности изоляции

$$\lambda_{\text{изол}} := 0.056 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$$

Коэффициент теплоотдачи от стенок бака к воздуху

$$\alpha_2 := 15 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}}$$

Тариф на тепло  $\text{Ц}_{\text{теп}} := 1000 \frac{\text{руб}}{\text{Гкал}}$

Коэффициент теплопередачи от воды к воздуху:

$$k := \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_{\text{изол}}}{\lambda_{\text{изол}}} + \frac{1}{\alpha_2}} = 0.184 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}}$$

Тогда тепловые потери можно оценить как

$$C_{T_{\text{теп}}}(d) := \left[ \pi \cdot (d + \delta_{\text{изол}}) \cdot \left( \frac{4 \cdot V_{\text{б}}}{\pi \cdot d^2} \right) + a \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} + \frac{\pi \cdot d^2}{4} \right] \cdot k \cdot \Delta t \cdot \text{Ц}_{\text{теп}}$$

е) Стоимость сооружения бака оценим как равной стоимости материалов

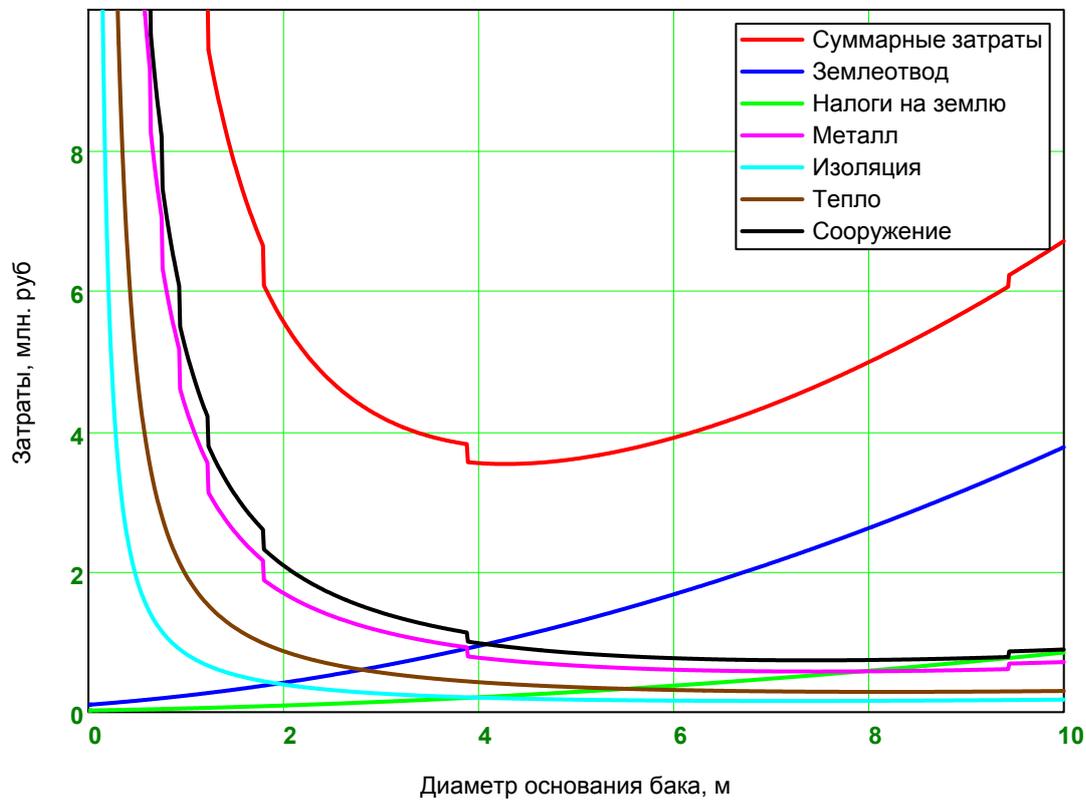
$$C_{T_{\text{сооруж}}}(d) := C_{T_{\text{изол}}}(d) + C_{T_{\text{ме}}}(d)$$

**Суммарные затраты на сооружение и эксплуатацию бака**

Расчетный срок службы  $T_{\text{раб}} := 30 \cdot \text{год}$

$$\begin{aligned} C_{T_{\text{сумм}}}(d) := & C_{T_{\text{зем}}}(d) \dots \\ & + C_{T_{\text{зем.нал}}}(d) \cdot T_{\text{раб}} \dots \\ & + C_{T_{\text{ме}}}(d) \dots \\ & + C_{T_{\text{изол}}}(d) \dots \\ & + C_{T_{\text{теп}}}(d) \cdot T_{\text{раб}} \dots \\ & + C_{T_{\text{сооруж}}}(d) \end{aligned}$$

Построим графическую зависимость данной функции



### Численный способ решения задачи оптимизации

Начальное приближение  $d_{\text{опт}} := 6 \cdot \text{м}$

Определение координаты точки минимума целевой функции (суммарной площади поверхности бака) путем обращения к встроенной функции пакета Mathcad Minimize

$$d_{\text{опт}} := \text{Minimize}(C_{\text{сумм}}, d_{\text{опт\_числ}}) = 4.276 \cdot \text{м}$$

$$h_{\text{опт}} := \frac{4 \cdot V_{\text{б}}}{\pi \cdot d_{\text{опт}}^2} = 20.893 \cdot \text{м}$$

$$\frac{d_{\text{опт}}}{h_{\text{опт}}} = 0.204653119915060$$

### Вариант решения задачи при отсутствии затрат на землеотвод и земельный налог

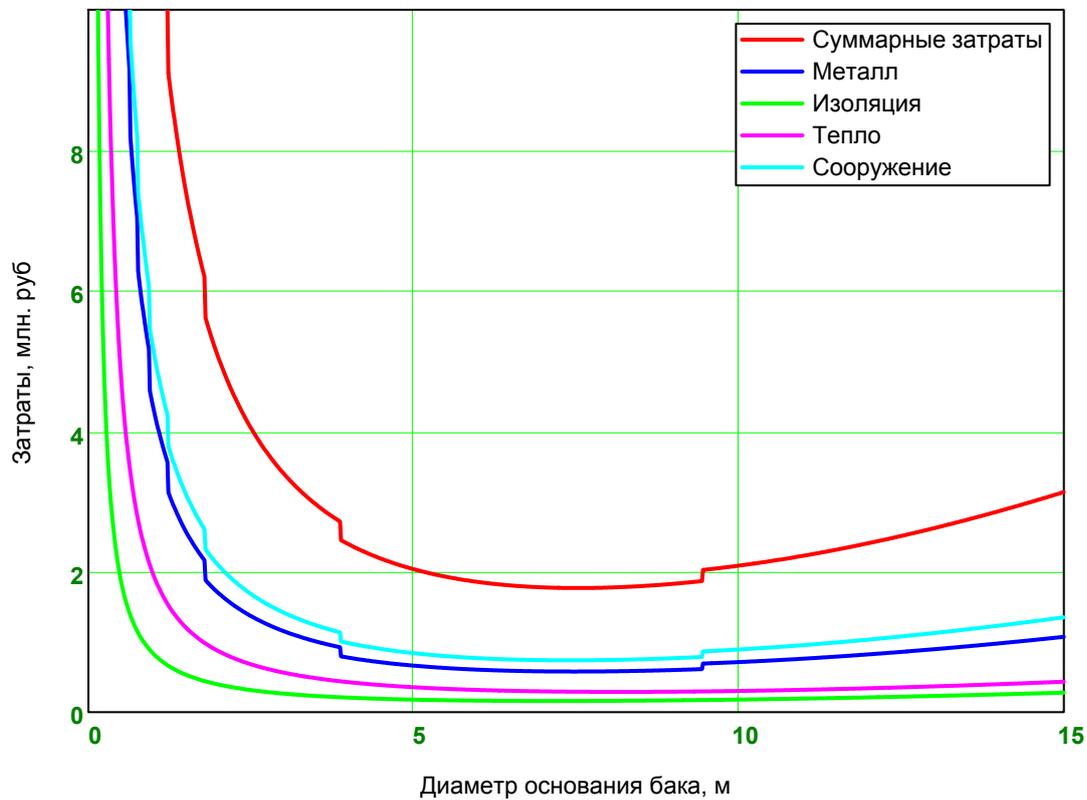
$$C_{\text{сумм}}(d) := C_{\text{ме}}(d) \dots$$

$$+ C_{\text{изол}}(d) \dots$$

$$+ C_{\text{теп}}(d) \cdot T_{\text{раб}} \dots$$

$$+ C_{\text{сооруж}}(d)$$

Построим графическую зависимость данной функции



### Численный способ решения задачи оптимизации

Начальное приближение  $d_{\text{опт}} := 8 \cdot \text{м}$

Определение координаты точки минимума целевой функции (суммарной площади поверхности бака) путем обращения к встроенной функции пакета Mathcad Minimize

$$d_{\text{опт}} := \text{Minimize}(C_{\text{сумм}}, d_{\text{опт\_числ}}) = 7.524 \cdot \text{м}$$

$$h_{\text{опт}} := \frac{4 \cdot V_{\text{б}}}{\pi \cdot d_{\text{опт}}^2} = 6.747 \cdot \text{м}$$

$$\frac{d_{\text{опт}}}{h_{\text{опт}}} = 1.115237204860225$$



$$\frac{\sqrt{3-i}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3-i}}{2}$$

3-i)

3-i)

]