

Градусы в физических величинах компьютерных вычислений

В.Ф. Очков,

докт. техн. наук, профессор

К.А. Орлов

канд. техн. наук, зав. кафедрой
«Теоретические основы
теплотехники»

НИУ «МЭИ», Объединенный
институт высоких температур
РАН (ОИВТ РАН)

В статье рассказывается, какие градусы остались в единицах физических величин, в чем их суть и нужно ли от них избавляться. Подняты вопросы совершенствования системы единиц измерения и механизма компьютерных вычислений с их использованием.

Есть такой старый анекдот с новым авторским продолжением.

Воздушный шар вырвался из облаков. Летящие увидели на земле человека и закричали: «Где мы находимся?». «Вы находитесь в корзине воздушного шара!», – так был ответ. Его дал математик. Только от математика можно услышать *абсолютно точный и абсолютно бесполезный* ответ.

Авторское продолжение этого анекдота такое. Летящие на шаре кричат вниз: «Вы нас не так поняли – мы хотим знать наше местоположение, а у навигатора сел аккумулятор!». Математик смотрит в свой смартфон и кричит наверх: «Ноль целых пятьсот девяносто шесть тысячных **радиан** северной широты и ноль целых триста шестьдесят четыре тысячных **радиан** восточной долготы!». Только математики измеряют углы в абсолютно правильных, но абсолютно

бесполезных радианах, а не в градусах–минутах–секундах!

1. Угловые градусы

Если вызвать калькулятор, приложенный к Windows, или какой-то другой – реальный или виртуальный – то по умолчанию он, как правило, настроен на угловые градусы, а не на радианы. Если на таком калькуляторе вычислить, например, тангенс от числа 45, то получится, как и положено, единица. В докалькуляторные времена в расчетной практике широко пользовались таблицы¹, в которых углы тригонометрических функций также, как правило, табулировались в градусах, а не в радианах.

Но калькулятор Windows можно переключить на радианы или на мало кому известные *градусы*.

В круге 360 градусов², но 400 град. Град же, в свою очередь, состоит не из шестидесяти, а из ста минут, каждая из которых содержит не шестьдесят, а сто секунд. Но градусы так и не прижились в расчетной практике³. Более того, они могли приводить к ошибкам вольным и невольным. Была такая ПЭВМ «Искра-1256» (советский клон ПК «Wang-2200»). В нее был вшит интерпретатор языка программирования BASIC. По умолчанию этот компьютер запускался, настроенный на угловые градусы.

² Есть легенда о том, как после окончания Второй мировой войны в Японии был установлен курс йены к доллару. Командующий американскими оккупационными войсками Дуглас Макартур спросил, что означает слово «йена». Ему ответили, что это круг, круглая монета. Макартур сказал, что раз в круге 360 градусов, то пусть в долларе будет 360 йен! Много есть шуток и анекдотов про то, как военные относятся к углам, в частности, к прямому углу. Прямой он потому, что в нем 100 град, а не 90 градусов!

³ Это были попытки времен Великой французской революции ввести десятичность и в измерения углов. Более того революционеры тех времен пытались десятично использовать и при измерении времени. Там тоже есть минуты и секунды, а вместо градуса стоит час. Далее опять же пошла все та же недесятеричность: сутки, неделя, месяц, год. Только век как некое исключение, подтверждающее правило, состоит из ста лет.

¹ Люди старшего поколения сразу вспоминают знаменитые таблицы Брадиса. Эта книжечка лежала в портфеле каждого старшеклассника.

Ключевые слова: физическая величина, единица измерения, градус, температура, Mathcad.
Keywords: physical quantity, unit of measurement, degree, temperature, Mathcad.

$$\alpha := 45^\circ \quad \alpha = 0.7854 \quad \alpha = 0.25 \pi$$

$$\sin(\alpha) = 0.707 \quad \tan(\alpha) = 1$$

$$\mathit{grad} := \frac{2 \pi}{400} \quad \mathit{grad} = 0.01571 \quad \mathit{grad} = 0.9^\circ$$

Рис. 1

Работа с угловыми градусами и градами в среде Mathcad

Ноль целых пятьсот девяносто
шесть тысячных радиан

$$0.596 = \left[\begin{array}{l} 34 \\ 8 \\ 53.825 \end{array} \right] \text{DMS}$$

Проверка

$$\left(34 + \frac{8}{60} + \frac{53.825}{60 \cdot 60} \right) \text{deg} = 0.596000002311255 \text{ rad}$$

Рис. 2

Перевод радиан в градусы, минуты, секунды и обратная операция

Но после выполнения в среде языка BASIC оператора SELECT R или SELECT G расчеты переводились на радианы (R) или на градусы (G). Была такая первоапрельская, немного злая шутка. Программист отошел от компьютера, а ему кто-то незаметно градусы меняет на градусы (выполняет оператор SELECT G). Если б переход был на радианы, то это было бы сразу замечено. Но угловые градусы мало отличаются от угловых градусов: можно считать дальше, не замечая подмены до тех пор, пока промежуточные результаты покажутся несколько странными. Программист начнет упорно отлаживать программу – искать ошибки в формулах, не догадываясь о сути проблемы.

Работа без единиц измерения была некой ахиллесовой пятой калькуляторов, языков программирования и электронных таблиц. Пользователи компьютеров очень часто «наступали на эту большую пятку», если так можно выразиться, и делали досадные ошибки в вычислениях [1].

Поэтому-то и появились более совершенные компьютерные расчетные средства, работающие не просто с числовыми величинами, а с *физическими величинами*. Они не только быстро и безошибочно ведут числовые расчеты, но и делают необходимые попутные преобразования в единицах измерения. Самой продвинутой в этом отношении по праву считается математическая

программа Mathcad⁴, с помощью которой мы далее будем иллюстрировать наши выкладки [2–4].

На рисунке 1 показано, как в среде Mathcad переменной с именем α присваивается значение 45 угловых градусов. Но эта переменная будет хранить введенное значение не в градусах, а в радианах после соответствующего автоматического пересчета, что подтверждается числовым ответом 0.7854. Если к числовому ответу добавить встроенную в Mathcad математическую константу π , то ответ станет хорошо понятен и математику, и инженеру: одна восьмая круга (0.25π) или октант⁵.

Угловые градусы в Mathcad не встроены, но их при особом желании можно задать в качестве пользовательской единицы плоского угла *grad* – см. последнюю строку на рисунке 1.

На рисунке 2 показано, как сидящие в корзине воздушного шара могут в среде Mathcad пересчитать «математические» радианы, о которых им сообщили с земли, в «практические» градусы (degree D), минуты (M) и секунды (S), используя «единицу измерения» DMS, а потом сделать проверку. Эта проверка

(перевод градусов, минут и секунд назад в радианы) показала, что возникает небольшая погрешность. Об этой погрешности нужно всегда помнить, когда ведется сравнение ручных и компьютерных вычислений с физическими величинами. При ручном расчете ответы часто грубо округляются (оставляют 3–4 значащих цифры), а при машинном – не столь грубо (в 15-м знаке после десятичной точки⁶, если иметь в виду Mathcad). Человек округляет промежуточный ответ и далее работает с этим округленным числом. Компьютер также округляет промежуточный ответ при его выводе «на печать», но далее продолжает работать с неокругленным числом, вернее с числом максимальной точности (одинарной, двойной и др., какие приняты в данной компьютерной программе).

Механизм работы с единицами измерения в среде Mathcad не только способствует удобному вводу и выводу значений переменных, но и ведет контроль за размерностями, не допуская, попросту говоря, складывания метров с килограммами. Но и здесь можно отметить некую недоработку. Плоский угол принято считать безразмерной величиной, но это не так. Плоский угол – это отношение длины к длине: отношение длины, стягивающей угол дуги окружности

⁴ Пакет Mathcad с самого начала был создан для работы с физическими величинами. В других двух подобных пакетах – Maple и Mathematica – такой удобный инструмент появился только в поздних версиях, и он очень ограничен и неудобен в использовании. В этом плане следует отметить, что пакет Mathcad является на сегодняшний день единственным в мире пакетом, какой может решать дифференциальные уравнения математической физики с единицами измерения.

⁵ А еще есть и такие экзотические единицы углов, как квадрант (прямой угол) или румб (1/32 круга; румб можно увидеть на компасе).

⁶ Мы в России постепенно и с большим трудом переходим от запятой к точке в качестве десятичного разделителя.

(одна физическая величина), к радиусу окружности (другая физическая величина). Данная неэквивалентность физических величин исключает их сокращение в дроби (см. рис. 12 с единицей теплопроводности). В этом понимании радианы оказываются естественными, а угловые градусы – искусственными (надуманными). Но и синус угла – это тоже не безразмерная величина, а отношение длины катета к длине гипотенузы, что исключает сокращение. Пакет Mathcad безошибочно сложит угол с синусом угла. Но тут по большому счету должно быть сообщение об ошибке, как это показано на рисунке 3.

Рисунок 3 – это, конечно, некая авторская фантазия, направленная на совершенствование механизма контроля размерностей в компьютерных вычислениях (основная тема данной статьи). Пакет Mathcad спокойно сложит угол с синусом угла, выдав 1.493. Но какого-то физико-математического смысла в этом ответе нет.

Но есть довольно редкие классические случаи, когда угол приравнивают к синусу угла. Это, например, задача о колебании маятника, сводящаяся к решению дифференциального уравнения. У этого уравнения есть всем известное аналитическое решение с косинусом, получаемое лишь тогда, когда в исходном дифференциальном уравнении синус заменяют на угол, что допустимо только при малых значениях углов⁷. В оптике решение многих задач существенно упрощается, когда в законе преломления Снелла синусы углов заменяют на сами углы. Но эти исключения только подтверждают тот факт, что угол и его си-

нус хоть и безразмерны, но это разные физико-математические величины, которые нельзя, к примеру, складывать (см. рис. 3).

2. Градусы спиртного

А что мы еще измеряем в градусах помимо углов и температуры (о ней ниже)? Тут на ум сразу приходят булгаковские строки из «Собачьего сердца»:

– Доктор Борменталь, умоляю вас, <...> если хотите послушаться доброго совета: налейте не английской, а обыкновенной русской водки.

Красавец тяпнутый <...> налил прозрачной.

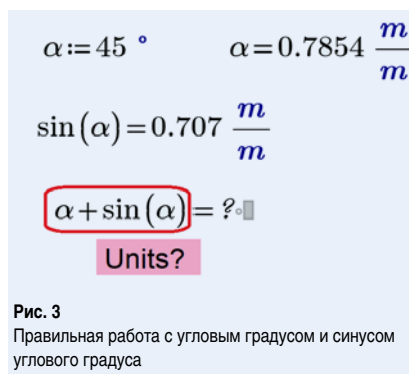
– Ново-благословенная? – осветомился он.

– Бог с вами, голубчик, – отозвался хозяин. – Это спирт. Дарья Петровна сама отлично готовит водку.

– Не скажите, Филипп Филиппович, все утверждают, что очень приличная – 30 градусов.

– А водка должна быть в 40 градусов, а не в 30.

Градусы не удалось окончательно изгнать не только из углов (см. выше), но и из... спиртных напитков. Стандарты предписывают измерять их крепость в объемных процентах⁸, но градусы здесь никуда не делись. Попробуйте заменить в булгаковском отрывке слово градус на слово процент! Тут появятся сразу три ошибки: историческая, литературная и метрическая. Историческая ошибка заключается в том, что у нас на водочных бутылках проценты вместо градусов стали писать хотя и относительно недавно, но намного позже времен действия повести Булгакова. Это было



связано с тем, что водку стали экспортировать за рубеж, где градусы не использовались. Литературная ошибка тут состоит в том, что два последних предложения в булгаковском отрывке будут звучать коряво, если градусы заменить на проценты⁹. Метрическая же ошибка, вернее, ошибка пересчета видов выражения концентраций будет не так заметна и не так очевидна.

Считается (вернее, это одно из предположений), что чистый питьевой спирт¹⁰ – это стоградусный напиток с объемным содержанием этилового спирта в 95%. Этиловый спирт довольно трудно сохранить в абсолютной чистоте, так как он активно сорбирует влагу из атмосферы. На рисунке 4 показан Mathcad-пересчет градусов со стоградусной водки в проценты и наоборот. В расчете используются так называемые пропорции, работе с которыми нас учили еще в школе на уроках химии.

В расчете на рисунке 4 вводится единица измерения водочных гра-

7 До 122 миллирадиан. Тут авторы намерено сделали две ошибки. Во-первых, нет никаких узаконенных миллирадиан в качестве единиц измерения углов, а, во-вторых, тут, конечно, более уместны угловые градусы, а не радианы – семь градусов это и есть 0.122 радиан! Единицы измерений помимо прочего служат для комфортного восприятия физической величины.

8 А еще есть и проценты по массе. А проценты по массе тоже бывают разные. Это и отношение массы растворенного вещества к массе раствора, и отношение массы растворенного вещества к массе растворителя. Расслабляться тут не приходится!

9 «451 градус по Фаренгейту» (англ. Fahrenheit 451). Научно-фантастический роман-антиутопия Рэя Брэдбери, название которого при педантичном переводе на русский должно было бы звучать так «506 градусов по Кельвину» или «233 градуса по Цельсию» (температура возгорания бумаги).

10 Он у нас в ходу на крайнем Севере, где низкие температуры воздуха (ниже минус 25 градусов по шкале Цельсия – запомните это выражение! Мы к нему вернемся, когда речь пойдет о температуре) приводят к замерзанию водки и разрыву бутылок. Питьевой спирт разбавляется водой до нужных «градусов» перед употреблением, хотя есть любители, пьющие чистый спирт, запивая его водой: народный способ лечения язвы желудка или, наоборот, ее приобретения.

$$\begin{aligned} & \text{°} := 1 \\ 100^\circ - 95\% & \\ 40^\circ - x\% & \\ \hline 100^\circ - 95\% & \\ x^\circ - 40\% & \end{aligned} \quad \begin{aligned} x & := \frac{40^\circ \cdot 95\%}{100^\circ} = 38\% \\ x & := \frac{100^\circ \cdot 40\%}{95\%} = 42.105^\circ \end{aligned}$$

Рис. 4
Пересчет
водочных
градусов
и процентов



Рис. 5
Кадр из фильма
«Гангстеры
и филантропы»

дусов, равная единице. Это, конечно, никакая не единица измерения, а просто некий комментарий, приписываемый к числовым константам для лучшего понимания сути задач. А вот процент – это полноценная и истинно безразмерная единица измерения физической величины «доля». В расчет вводятся 95%, а счет ведется с долей – с величиной 0.95. Так или иначе, но из расчета видно, что сорокоградусная водка содержит 38 процентов спирта по объему, а водка с содержанием спирта в 40 процентов имеет крепость чуть больше 42 градусов. Но пара градусов или процентов – это допустимая погрешность (неопределенность, как сейчас принято говорить) и на уровне измерения, и на уровне понимания того, что такое градус и что такое процент.

А как измеряют крепость спиртных напитков? Это делают косвенным путем через определение плотности напитка с помощью ареометра (спиртометра – см. рис. 5): стеклянной запаянной трубки с нанесенной на нее шкалой¹¹ в единицах плотности или в объемных процентах чистого этилового спирта. На таких старинных приборах были прописаны алкогольные градусы, а не проценты. Этот прибор

можно было бы назвать градусником, если б этот термин не закрепился за другим измерительным прибором – за термометром с его собственными градусами, к которым мы постепенно подбираемся.

В старом польском фильме «Гангстеры и филантропы» (его можно посмотреть на YouTube) есть такой сюжет. Химика уволили с работы, он заходит в ресторан и с горя заказывает себе стакан водки и селедку¹². Этот химик в печальных раздумьях машинально вытаскивает из нагрудного кармана пиджака ареометр и начинает им мешать водку в стакане. Персонал ресторана думает, что это контролер, проверяющий крепость водки (не разбавляют ли водку водой), и дает ему взятку. Этот безработный химик догадывается что к чему и начинает проделывать такой фокус («химичить») и в других ресторанах.

Но! Шутки в сторону! Займемся серьезными вещами!

3. Градусы температуры

История метрологии – это помимо прочего и история изгнания градусов из единиц измерения. С углами и водкой мы разобрались, а вот еще пара примеров.

Жесткость воды (содержание в ней катионов кальция и магния) когда-то измеряли градусами – немецкими, французскими, американскими. Были также и советские градусы жесткости, равные немецким. Потом от градусов отказались и стали применять единицы концентрации – миллимоли на литр¹³. Твердость металлов и сплавов также когда-то измеряли в градусах по разным именованным шкалам, но потом их заменили на более «физические» единицы. Вязкость жидкостей когда-то измеряли градусами Энглера. Можно привести и другие примеры.

Но из температуры градусы так и не удалось изгнать, хотя такие попытки были. Так, например, в самом конце двадцатого века было предписано писать и говорить не *градусы Кельвина*, а просто *кельвины*. Но это «изгнание градусов из Кельвина» было некоей полумерой – заметанием мусора под ковер. И вот почему.

Предупреждение!

Последующие рассуждения о температуре будут относиться

¹¹ Подобную шкалу (load line) наносят по борту грузового судна, чтобы контролировать его загрузку. Суда класса «река-море» имеют несколько таких шкал, учитывающих соленость (плотность) забортной воды.

¹² На рисунке 5 видно, что к селедке подали белый, а не черный хлеб, – это Польша, а не Россия.

¹³ Для измерения жесткости также использовалась нормальная концентрация ионов кальция и магния, выраженная в миллиграмм-эквивалентах на литр (мг-экв/л). Один мг-экв/л соответствует содержанию в литре воды 20.04 миллиграмм Ca^{2+} или 12.16 миллиграмм Mg^{2+} (атомная масса, деленная на валентность). Потом (в 2014 г.) миллимоли на литр (вернее, на кубический дециметр) было предписано опять называть градусами жесткости: уж очень эти миллимоли трудно было выговаривать. Но на практике продолжают использовать и миллиграмм-эквиваленты на литр, и «старые добрые» национальные градусы жесткости. Отстающие градусы тут, так сказать, взяли реванш.

в первую очередь к классической термодинамике [5–7].

Три физические величины термодинамики – температура, давление и объем – связаны уравнением состояния идеального газа $pV = RT$ «*пэ вэ равняется эр тэ*», отображенным в расчете на рисунке 6. Решается такая задача: известны температура (переменная T), давление (p) и молярная масса (M) идеального газа, необходимо рассчитать его плотность ρ .

Ответ: идеальный газ с молярной массой 28 г/моль под давлением в две атмосферы¹⁴ и при температуре 87 градусов Цельсия имеет плотность 1.895 килограмма на метр кубический.

Этот простейший расчет относится скорее не к термодинамике, а к метрологии, к теории размерностей и единиц измерения. И вот почему.

Если этот «классический» термодинамический расчет (рис. 6) показать «классическому» термодинамику, профессионально выросшему на ручных расчетах или на расчетах, выполняемых с использованием «классических» компьютерных программ¹⁵, то он, не вдаваясь в ответ, сразу скажет, что это безграмотный расчет, расчет, за который студентам ставят двойки. Он подчеркнет, что давление нужно вводить в паскалях, а не в атмосферах, температуру в кельвинах, а не в градусах Цельсия, а молярную массу в килограммах на моль¹⁶, а не в граммах (gm)

$$p \cdot v = R \cdot T$$

$$p := 2 \text{ atm} \quad T := 87 \text{ }^\circ\text{C} \quad M := 28 \frac{\text{gm}}{\text{mol}}$$

$$\rho := \frac{M}{v} = 1.895 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$v := \frac{R \cdot T}{p} = 14.776 \frac{\text{L}}{\text{mol}}$$

Рис. 6
Расчет параметров идеального газа (вариант 1)

$$p \cdot v = R \cdot T$$

$$p := 2 \text{ atm} = (2.027 \cdot 10^5) \text{ Pa}$$

$$T := 87 \text{ }^\circ\text{C} = 360.15 \text{ K}$$

$$M := 28 \frac{\text{gm}}{\text{mol}} = 0.028 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

$$\rho := \frac{M}{v} = 1.895 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$v := \frac{R \cdot T}{p} = 0.015 \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$$

Рис. 7
Расчет параметров идеального газа (вариант 2)

на моль. Он еще добавит, что в расчете нужно использовать не прописную (заглавную) букву T , а строчную (маленькую) букву t , раз в переменную с таким именем вводится значение относительной температуры в градусах Цельсия, а не значение абсолютной термодинамической температуры в кельвинах.

Такому «классику» для начала нужно возразить в том плане, что правильно говорить не «температура в градусах Цельсия», а «температура по шкале Цельсия», так как градус Цельсия равен градусу Кельвина, пардон, кельвину. Но это не главное. Такому «классику» нужно просто показать этот же расчет с выведенными значениями исходных переменных p , T и M (рис. 7). Сразу ста-

нет ясно, что пакет Mathcad допускает ввод величин с любыми единицами, а работает только с единицами СИ. Вычисленные значения переменных будут также по умолчанию выводиться на экран в единицах СИ. Но сидящий за компьютером вправе поменять на другие, более привычные и удобные.

Очень многие люди, переходя от расчетов на калькуляторах, в электронных таблицах и в средах языков программирования к более совершенным расчетным средствам – к пакету Mathcad, например, по разным причинам не задействуют в расчетах единицы измерения, копируя приемы, наработанные в устаревших расчетных средах. Вот как может выглядеть расчет плотности идеального газа, выполненный в среде Mathcad без привлечения единиц физических величин – рисунок 8.

В расчете на рисунке 8 под хранение значения температуры зарезервировано две переменные t и T . Так предписано правилами термодинамических расчетов (см. выше). Остается только удивляться, почему под хранение давления с разными единицами (атмосферы и паскали) не используются разные переменные.

Но «безразмерный» расчет чреват ошибками. Стоит только, например, забыть о том, что молярная масса должна вводиться не в привычных «химических» граммах на моль, а в «необычных» килограммах на моль, и ошибка неизбежна. В расчете на рисунке 7 мы

¹⁴ Атмосферы физические (760 мм ртутного столба).

А еще есть атмосферы технические – килограмм силы на квадратный сантиметр. А еще есть давление абсолютное и давление избыточное относительно атмосферного давления, которое непостоянно. Все это еще один источник ошибок в расчетах.

¹⁵ Это, повторяем, калькуляторы, языки программирования и электронные таблицы. А еще раньше использовались арифмометры, логарифмические линейки, счеты. Все эти устройства сыграли с нами злую шутку – они отучили нас работать с физическими величинами, позволяя оперировать только числами без единиц измерения.

¹⁶ Если в этот спор встрянет химик, то он скажет, что молярная масса измеряется только в граммах на моль, а все остальное это ересь!

$p := 2$ давление в атмосферах физических
 Переводим в паскали $p := 101325 \cdot p = 2.027 \cdot 10^5$
 $t := 87$ температура в градусах Цельсия
 Переводим в кельвины $T := t + 273.15 = 360.15$
 $M := 28$ молярная масса газа, г/моль
 Переводим в кг/моль $M := \frac{M}{1000} = 0.028$
 Вводим в расчет универсальную
 газовую постоянную (Дж/К/моль) $R := 8.314$
 Рассчитываем удельный
 молярный объем газа,
 куб.м/моль $v := \frac{R \cdot T}{p} = 0.015$
 Рассчитываем плотность
 газа, кг/куб.м $\rho := \frac{M}{v} = 1.895$

Рис. 8
Расчет параметров идеального газа (вариант 3 – без использования механизма размерностей)

ввели эту величину в «неправильных», но привычных граммах на моль, но пакет Mathcad нас любезно подправил! Кроме того, расчеты на рисунках 7 и 8 отличаются и тем, что на рисунке 7 используется встроенная в Mathcad размерная константа «универсальная газовая постоянная»¹⁷, а на рисунке 8 ее ввели в качестве безразмерной пользовательской константы.

На рисунке 9 показан яркий пример теплотехнической ошибки вычислений, связанный с единицами измерений. Канадский самолет с 70 пассажирами на борту летел по маршруту Монреаль – Оттава – Эдмонтон. В Оттаве самолету предстояло дозаправиться, и командир воздушного судна запросил долить в баки 16 тонн керосина (расход топлива измеряется в килограм-

мах на километр пути¹⁸). Наземные службы пересчитали эти тонны в литры (количество топлива измерялось в литрах¹⁹) и получили цифру... в два раза меньше нужной. Дело в том, что в это время (1983 год) в авиации Канады переходили с британских единиц измерения на СИ, что приводило к путанице. На аэродроме взяли в расчет плотность топлива (керосина) не 0.803 килограмма на литр, а 1.77 фунтов (lb) на литр – см. рисунок 9. У самолета на полпути из Оттавы в Эдмонтон закончилось горючее. Катастрофы удалось избежать: летчик в режиме планирования посадил самолет на заброшенный военный аэродром. Эта ошибка вошла

¹⁸ Тут можно сократить и писать «в граммах на метр пути», но этого не делают – самолеты летают на километры и тысячи километров, а не на метры. Объемные единицы тут использовать нельзя, так как плотность топлива зависит от температуры. Кстати, в теплотехнике удельную энтальпию тоже следовало бы измерять не в килоджоулях на килограмм (кДж/кг), а в джоулях на грамм (Дж/г), сократив приставку «кило». Но привычка – вторая натура!

¹⁹ Мы тут допустили невольную метрологическую неточность: количество чего-то измеряется в молях, а не в литрах или килограммах. Килограмм воды при нормальных условиях имеет объем в один литр. Это также иногда приводит к сбоям в расчетах в теплотехнике при использовании единиц измерения.

¹⁷ В среде Mathcad Prime имена встроенных констант имеют синий цвет, а имена встроенных единиц измерения – зеленый. Переменная R – это еще и градус Ренкина – американский аналог кельвинов. Цвет переменных помогает тут не запутаться.

$Масса := 16131 \text{ kg}$
 $\rho_{топлива} := 1.77 \frac{\text{lb}}{\text{L}} = 0.803 \frac{\text{kg}}{\text{L}}$
 $Объем := \frac{Масса}{\rho_{топлива}} = 20092 \text{ L}$
 $Объем := \frac{16131}{1.77} = 9114 \text{ Ошибка!}$

Рис. 9
Ошибка вычислений при заправке самолета топливом

в историю под названием «Планер Гимли» (см. подробнее в интернете).

Но расчетная ситуация, приводящая «классического» термодинамика в ступор и наводящая его на мысль, что над ним пытаются подшутить, состоит в следующем.

Дело в том, что понятие *температура* с ее эмпирическими градусами появилось намного раньше формул (законов) термодинамики, где эта температура фигурирует. По-хорошему нужно было уравнение идеального газа записать так: $p v = T$ («пэ вэ равняется тэ»), убрав из него универсальную газовую постоянную «эр», которая по своей сути является не чем иным, как переводным коэффициентом от «правильной» единицы температуры к «неправильным» градусам. Размерность «правильной» температуры, о которой писал еще «старик Больцман», – это энергия, деленная на количества вещества! На рисунке 10 показано, как сидящий за компьютером вводит в переменную T значение температуры по шкале Цельсия, а компьютер хранит в своей памяти эту температуру не в кельвинах (см. рис. 6), а в джоулях, деленных на моль. Мы примерно такую операцию уже проделывали (см. рис. 1): вводили в переменную α значение в «неправиль-

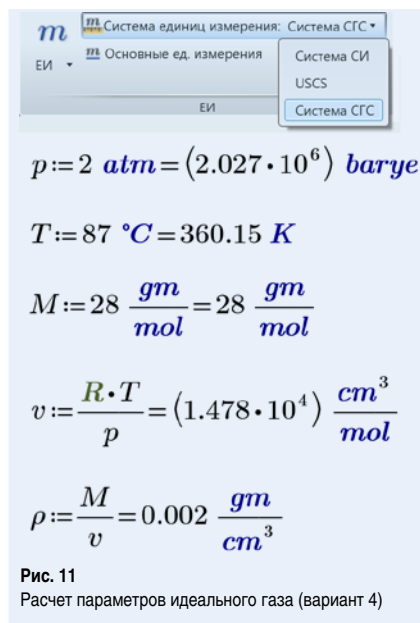
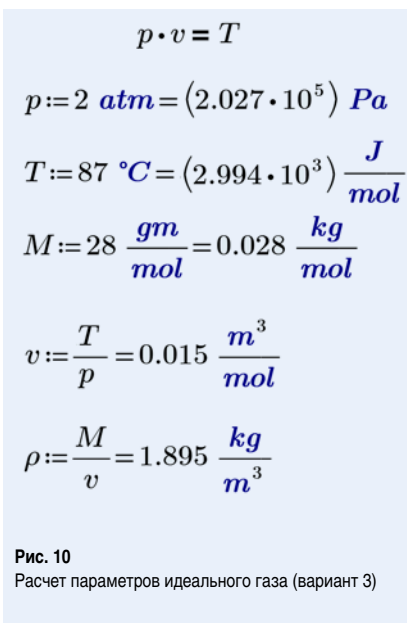
ных» градусах, а компьютер сразу переводил их в «правильные» радианы.

Итак! Основная единица температуры не кельвин, а джоуль на моль (составная единица). Кельвины и прочие температурные именные градусы – это вспомогательные единицы. Как атмосферы, миллиметры ртутного столба и прочее у давления, где основной единицей остается паскаль (тоже, кстати, составная единица²⁰).

Это положение, кстати, косвенно реализовано в системе единиц СГС (сантиметр–грамм–секунда), которую физики очень любят и до сих пор широко используют, несмотря на запреты²¹. А в системе СГС никакой температуры с ее градусами нет!

Пакет Mathcad по умолчанию запускается с СИ, но эту систему измерений можно переключить на систему СГС²². Вот как будет выглядеть наш термодинамический расчет, если его перевести в СГС, – см. рисунок 11. В последней величине (плотность) нужно будет только увеличить число знаков после десятичной точки. У пакета Mathcad есть такой недостаток: он выводит заданное число знаков после десятичной точки (три знака по умолчанию), а лучше было бы ему выводить заданное число значащих цифр в ответе (обычно это четыре или пять знаков).

В расчете на рисунке 11 давление хранится и выводится на печать



Физическая величина	единица	
	старая	новая
Теплопроводность	$\frac{W \cdot m}{m^2 \cdot K}$	$\frac{mol}{m \cdot s}$
Теплоемкость, удельная	$\frac{J}{kg \cdot K}$	$\frac{mol}{kg}$
Молярная теплоемкость, молярная удельная энтропия	$\frac{J}{mol \cdot K}$	1
Постоянная Больцмана	$\frac{J}{mol}$	mol

Рис. 12
Старые и новые единицы некоторых физических величин и констант

по умолчанию в бариях (barye – единица на квадратный сантиметр). А с температурой тут вообще творится что-то непонятное. Повторяем, что температуры совсем нет в СГС. Система исчислений, в которой делался расчет на рисунке 11, – это фактически некий гибрид СГС и СИ.

На рисунке 12 можно видеть, как преобразуются некоторые единицы измерения, если единицей температуры будет не кельвин, а джоуль, деленный на моль.

Несколько комментариев к рисунку 12.

1. Единицу теплопроводности обычно сокращают до W/m/K. Но этого делать не стоит. Несокращенная единица теплопроводности хранит информацию о том, что тут фигурирует толщина слоя, через который проходит тепло (m), и его площадь (m²). В этой связи можно упомянуть и угол (см. начало статьи), в единице которого (радиан) тоже не нужно сокращать метры (см. рис. 3). Кстати, пакет Mathcad

²⁰ Она, кстати, очень неудобна для теплотехники: единицу давления Па всегда приходится заменять на кПа, МПа и т.д. Если же говорить о температуре, то следует упомянуть, что в некоторых областях науки её измеряют в единицах энергии – в электронвольтах, например.

²¹ Работа с Mathcad и с другими «размерными» пакетами помимо прочего позволяет легко соблюдать эти запреты. Вы можете работать с теми единицами, к которым привыкли, а отчеты, книги и статьи готовить с узаконненными единицами СИ. А работать с привычными единицами измерения важно в плане контроля промежуточных и конечных результатов.

²² Можно еще вывести и в британской системе исчислений. Такая конвертация расчетов очень удобна и полезна в наше глобальное время, когда, например, большой расчетный проект выполняется людьми на разных краях Света.

при выводе на экран удельной энтальпии (J/kg) тоже сокращает эту единицу измерения до m^2/s^2 , и это потом нужно исправлять в ручном режиме до kJ/kg. В американской единице теплопроводности вместо кельвина стоит не градус Ренкина, а градус Фаренгейта. Но в единице теплоемкости и энтропии стоит «правильный» градус Ренкина (американский аналог кельвина). Когда авторы спросили своих коллег из Национального института стандартов и технологий (NIST, США), почему это так, то они ответили, что скорее можно поменять конституцию США, чем приучить американских инженеров иметь градусы Ренкина вместо градусов Фаренгейта в единице теплопроводности. Тогда авторы порекомендовали американским коллегам для однообразия поменять градусы Ренкина на градусы Фаренгейта в теплоемкости, в энтропии, в универсальной газовой постоянной. Авторам ответили, что это будет совсем уж безграмотно. У нас, кстати, в единице теплопроводности тоже раньше писали градусы Цельсия, но потом перешли на кельвины.

2. Молярная удельная теплоемкость и молярная удельная энтропия стали безразмерными величинами, что, в принципе, отвечает молекулярно-кинетической теории.

3. Постоянная Больцмана – это фактически обратная величина от числа Авогадро. Но не будем обижать «старика Больцмана» – скажем так: число Авогадро – это обратная величина от постоянной Больцмана.

Выводы

Универсальная газовая постоянная – это никакая не постоянная, а переводной коэффициент при работе с температурой.

Пользователи «размерных» пакетов должны постепенно привыкать к тому, что температура в недрах компьютера будет храниться не в кельвинах, а в удельных единицах энергии (джоуль на моль – СИ, эрг на моль – СГС). Это продиктовано общей тенденцией исключения каких-либо искусственных градусов в единицах измерения. Историческая аналогия: когда-то пользователи компьютеров тоже долго привыкали к тому, что угол хранится в недрах компьютера не в градусах, а в радианах. Было бы очень странным, если б за основную единицу плоского угла взяли градус, а радиан сделали вспомогательной единицей. В практических же расчетах пользователи, конечно, вправе отображать эти величины так, как им удобно.

Давно уже назрели потребность и необходимость пересмотреть СИ, о которых говорят многие ученые и инженеры. В частности, из СИ нужно убрать температуру как основную единицу в семерке²³ этих величин, добавить единицу информации и вообще учесть современные реалии компьютерных вычислений с единицами измерений. В компьютерные же вычисления необходимо ввести инструментарий фиксации разных физических величин, имеющих одинаковые единицы измерения (см. рис. 3).

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (уникальный идентификатор ПНИЭР RFMEFI60719X0323).

МИ

Список использованных источников

1. Чертов А.Г. Единицы физических величин. – М.: «Высшая школа», 1977. – С. 23–287.
2. Очков В.Ф. Физические и экономические величины в Mathcad и Maple (серия «Диалог с компьютером»). – М.: Финансы и статистика, 2002.
3. Очков В.Ф., Богомолова Е.П., Иванов Д.А. Физико-математические этюды с Mathcad и Интернет. – СПб: Издательство «Лань», 2018.
4. Valery Ochkov. 2⁵ Problems for STEM Education. Chapman and Hall/CRC, 2020. – 374 p.
5. Кипнис А.Я. К истории установления уравнения состояния идеального газа//Вопросы истории естествознания и техники. – 1962. – № 13. – С. 91–94.
6. Гельфер Я.М. История и методология термодинамики и статистической физики. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1981. – 536 с.
7. Голоушкин В.Н. Уравнение состояния идеального газа Д.И. Менделеева//Успехи физических наук. – 1951. – Т. 4. – № 4. – С. 616–621.

References

1. Chertov A.G. Units of physical quantities. – Moscow: Higher school, 1977, pp. 23–287.
2. Ochkov V.F., Bogomolova E.P., Ivanov D.A. Physical and economic values in Mathcad and Maple (Dialog with Computer series). – Moscow: Finance and Statistics, 2002.
3. Ochkov V.F., Bogomolova E.P., Ivanov D.A. Physical and mathematical studies with Mathcad and the Internet. – St. Petersburg: Publishing House Lan, 2018.
4. Ochkov V. 2⁵ Problems for STEM Education. Chapman and Hall/CRC, 2020. – 374 p.
5. Kipnis A.Ya. On the history of establishing the equation of state of an ideal. Studies in the History of Science and Technology, 1962, No 13, pp. 91–94.
6. Gelfer J.M. History and methodology of thermodynamics and statistical physics. – 2nd ed., rev. – Moscow: Higher school, 1981. – 536 p.
7. Goloushkin V.N. Mendeleev's equation of state of an ideal gas. Successes of Physical Sciences, 1951, vol. 45, No 4, pp. 616–621.

Abstract

The article describes what degrees are remained in the units of measurement of physical quantities, what their essence is and whether it is needed to get rid of them. The issues of improving the mechanism of computer calculations using units of measurement are raised.

²³ Не покидает чувство, что создатели СИ были под магией магического числа семь: семь чудес света, семь древних мудрецов, седьмое небо и т. д и т. п. Почему в основные единицы попала кандела? Только потому, что таких единиц должно быть ровно семь. Другое магическое число – это три: в СГС основных единиц измерения.