

КАК РЕШАТЬ ЗАДАЧИ, или Триалог о королях и капусте¹, решении задач, STEM, STEAM И STREAM в образовании²

Доктор технических наук, профессор **В.Ф. ОЧКОВ**,
кандидат технических наук, старший научный сотрудник **А.И. ТИХОНОВ**
(Москва, НИУ “МЭИ”)

*Информация – это не знание,
Знание – это не мудрость,
Мудрость – это не истина,
Истина – это не красота,*

*Красота – это не любовь,
Любовь – это не музыка,
А Музыка – превыше всего*
Фрэнк Заппа

В цикле из трёх статей рассматриваются вопросы, связанные с использованием технологии STEM (Science – наука, Technology – технологии, Engineering – инженерное дело, Mathematics – математика) в современном образовании на основе решения большого числа задач из различных предметных областей, изучаемых в учебном заведении. Самое подходящее русское название этой технологии МИТ (Математика, Информатика, Техника). МИТ – это вот что: учащиеся приходят в аудиторию, оснащённую вычислительной техникой, или удалённо подключаются из дома, и целый день (с перерывами на физкультуру и обед) решают интересные естественно-научные и инженерные задачи, например, проектируют подвесную канатную дорогу. Для решения такой задачи, безусловно, нужна математика, физика, сопромат, химия (процессы коррозии), экономика (во что всё это выльется по деньгам), дизайн (инженерное сооружение непременно должно быть и красивым). В другие учебные дни студенты могут расходиться на занятия по перечисленным дисциплинам и углублять знания и навыки в этих областях, хорошо осознавая при этом, для чего они нужны.

В первой части мы поговорим о преподавании и изучении естественнонаучных дисциплин, о задачах и технологиях

STEM/МИТ, об использовании “чёрных ящиков”, об изобретении велосипедов, о простых, сложных, решаемых и нерешаемых задачах.

¹ Авторы отсылают читателя к роману О’Генри “Короли и капуста”.

² Не всегда высказанные в статье мнения совпадают с мнением самих авторов и администрации организации, где они работают.

Часть I



Однажды в некотором царстве, тридесатом государстве собрались трое, чтобы поговорить о разном: о королях и капусте, о современном образовании, о задачах, о том, нужно ли их решать, а если нужно, то как.

Дальше этих троих мы будем называть Математик (**М**) – он преподаёт математику на младших курсах технического университета, Инженер (**И**) – на самом деле, это преподаватель инженерных дисциплин на старших курсах, заодно читающий курс по решению научно-технических и инженерных задач. Последний участник триалога – студент (**С**), то есть тот, для кого всё это делается.

Они будут говорить об очевидных вещах – о постановке и решении задач. Чай налит, можно начинать наш триалог.

Как преподавать и изучать естественнонаучные дисциплины?

М: Мне нравится цитата, приведённая в качестве эпиграфа. Но Пушкин в “Каменном госте” писал: “Из наслаждений жизни / Одной любви музыка уступает; / Но и любовь – мелодия...” Можно вспом-

нить и “Вешние воды” Тургенева с такими строками: “ Не берёмся описывать чувства, испытанные Саниным при чтении этого письма. Подобным чувствам нет удовлетворительного выражения: они глубже и сильнее – и неопределённее всякого слова. Музыка одна могла бы их передать”.

И: Я бы в начало цитаты из Ф. Заппа добавил: “Данные – это не информация”. И, возможно, заменил бы мудрость на понимание. Мы собираемся заняться решением задач, превращать исходные данные в понимание того, что эти данные означают, как их использовать на практике.

М: И при этом получать удовольствие. Решение красивых задач всегда приносило удовольствие, но только немногим людям, которых широкая общественность считала странными, занимающимися непонятно чем и непонятно для чего.

И: Мы попытаемся показать, что использование математических систем, избавляющих нас от долгих и нудных вычислений, позволяет быстро решать красивые и интересные задачи, делать это с удовольствием, получать решение в наглядной форме.

С: Вы несколько раз говорили о красивых задачах. Это отсылка к цитате или в этом есть какой-то смысл?



М: При решении задач мы постоянно пользуемся математикой, а между красотой и математикой есть почти мистическая связь. Какой бы абстрактной и заумной ни была математическая теория, но если она красивая, то она обязательно найдёт практическое применение. Казалось бы, какое практическое применение может найти теория чисел? Но без неё невозможно современная криптография. Теория групп – абстрактная дисциплина, но она отлично работает в кристаллографии, в физике твёрдого тела, без которой не было бы современных компьютеров. Без красивой математики не было бы помехоустойчивого кодирования, а без него вы не могли бы разговаривать по мобильному телефону... Таких примеров можно привести много. Как писал Ф.М. Достоевский: “Красота спасёт мир”.

С: Ещё раз прочитал цитату, там говорится о мудрости...

И: Математика и естественнонаучные дисциплины не оперируют этим понятием. Что-то слушая, мы воспринимаем и запоминаем, получаем информацию. Решая задачи, мы преобразуем информацию в знания, которые, в свою очередь, используются при принятии решений, для понимания, как устроен этот мир.

М: Не хочу скрывать, но последние годы всё сложнее становится преподавать математику, мотивация студентов падает, они сидят на лекциях, уткнувшись в свои телефоны, пардон, в смартфоны.

С: Я где-то слышал, что жалобам на то, что молодежь хуже старшего поколения, уже шесть тысяч лет, они звучали ещё в древнем Шумере...

И: М не преувеличивает, у меня выпускную квалификационную работу выполнял студент, ему пришлось объяснять ряд базовых понятий высшей математики, которые он должен был освоить ещё на первом курсе.

М: В XIX веке сложилась концепция изучения естественно-научных дисциплин на основе решения большого числа специально подобранных задач. Это широко использовалось при преподавании математики, физики, инженерных дисциплин. Результаты не заставили себя ждать.

С: Мне приходится дома решать кучу задач, совершенно не понятно каких и зачем...

И: С тех пор много чего изменилось. Если ещё пятьдесят лет назад полученных в университете знаний специалисту хватало на всю жизнь, они были одним из немногих социальных лифтов, то сейчас каждые пять лет приходится переучиваться, а в информационных технологиях всё меняется ещё быстрее...

М: В связи с ростом продолжительности жизни меняется отношение к обучению в течение жизни. Когда дети выросли, а вам не надо ходить на работу, появляется свободное время, которое заполняется в том числе и получением знаний. Люди, всю жизнь занимавшиеся техникой, получают гуманитарное образование, в свою очередь, гуманитарии начинают с увлечением заниматься информационными технологиями...

С: Моя бабушка с удовольствием играет на телефоне в WORDLE³. Когда я предложил ей написать программу, находящую слова в словаре с уже угаданными символами, она это отвергла, считая нечестной игрой.

³ Wordle. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Wordle>.

И: Кроме всего прочего, решение задач продлевает, а иногда и восстанавливает интеллектуальное здоровье, но при этом сами задачи должны быть интересными, а процесс их решения доставлять удовольствие. Побочный эффект – приобретение дополнительных знаний и навыков. Привлечение современных программных средств позволяет заодно освоить новые технологии, работу с новыми устройствами...

М: В основном меняются общество и люди. Некоторые считают образование чуть ли не помехой креативному мышлению...

И: Многие разработчики новых технологий – недоучившиеся студенты, получающие почётные дипломы от университетов, которые они не закончили, скажем так, в солидном возрасте.

С: Я вообще не понимаю, как тогда писались учебники. Их читать невозможно. Я не могу осилить больше полутора страниц за один раз.

М: Да, это ещё одна беда. Традиционные учебники, кстати, отличные учебники, с трудом воспринимаются современной молодёжью.

С: На это накладывается потеря живого контакта между нами и преподавателями: при дистанционном обучении видишь на экране смартфона говорящую голову, которая не всегда отвечает на заданные вопросы...

И: Не будем здесь обсуждать причины этого, а вернемся к тому, с чего начали. Важно то, что без изучения естественно-научных дисциплин нет высшего образования, тем более инженерного. Просто нам необходимо менять подходы: не студенты для нас, а мы для студентов, приходится помнить, что других студентов у нас нет...

Нам нужно сделать так, чтобы преподавание естественнонаучных дисциплин, которое требует, как справедливо отметил **М**, решения большого количества задач, стало понятным, интересным и наглядным, чтобы занятия можно было бы одинаково эффективно проводить не только в специально оборудованной аудитории университета, но и дистанционно, с чем мы все столкнулись во время пандемии. Кроме того, большая часть нашей практической деятельности связана с решением задач. Правда, эти задачи отличаются от тех, которые мы решали в школе и университете.

С: Выглядит интересно и привлекательно, но что, по-вашему, нужно делать? Не хотелось бы видеть говорящие головы и неподъёмные домашние задания.

М: Или отменяем домашние задания при полном отсутствии результатов обучения...

И: Да нет, всё проще. Во-первых, придумываем достаточно интересные задачи, которые, скорее всего, относятся не к одной, а нескольким дисциплинам, во-вторых, решаем их быстро и обязательно доводим до наглядного результата. В-третьих, делаем это все вместе, а не как сейчас, когда преподаватель выписывает на доске решение, а студенты переписывают его себе в тетради, если успевают, а часто, особенно в условиях дистанционного обучения, вообще не участвуют в решении задач. В этом и заключается основная цель применения STEM и STEAM⁴.

⁴ Аббревиатура STEM образована от сочетания слов Science (Наука), Technology (Технология), Engineering (Инженерное дело), Mathematics (Математика). Иногда добавляется символ A – Art (Искусство), образуя аббревиатуру STEAM.

С: Всё зависит от того, как это будет реализовано.

М: Интересные задачи – всегда сложные задачи. Быстро и тем более наглядно их не решишь.

И: Вот мы и пришли к очень серьёзному вопросу: нужно ли решать задачи на занятиях, если нужно, то какие выносить на занятия, как их решать?

Задачи и STEM-технологии



С: Справедливый вопрос. Нужно ли решать задачи? У меня создаётся впечатление, что все задачи решены, стоит только поискать решение в Интернете.

М: Интересное мнение. Будем рассуждать от противного. Если все задачи решены, то каким образом развивается наука и технологии, чем занимаются стартапы, зачем столько денег тратится на исследования и разработки?

И: Я хочу немного отвлечься. В Интернете можно найти много всякого. Достаточно давно серьёзно обсуждался вопрос о том, что бурение сверхглубокой скважины на Кольском полуострове было прекращено из-за того, что добурились до ада и на веб-странице предлагалось прослушать скрежет зубовой грешников в звуковом формате.wav. К сожалению, в настоящее время тот ресурс недоступен.

М: Я помню этот сюжет. Самое интересное, что фейковая новость попала в СМИ, где какое-то время обсуждалась.

И: Я упомянул об этом только для того, чтобы показать: не все, что опубликовано, можно доверять. Даже в серьёзных научных изданиях, где статьи тщательно рецензируются, иногда публикуются не совсем корректные результаты. В свое время в аспирантуре я потерял три месяца, пытаюсь воспроизвести результат, который оказался, скажем так, шуткой. Все необходимо проверять...

Мы отвлеклись, но вся история человечества связана с решением задач, в том числе и расчётных. Так, астрономия возникла как средство определения времени посева сельскохозяйственных культур, времени уборки... Без расчётов не было бы пирамид. Более того, пусть подсознательно мы постоянно производим расчёты, даже переходя улицу на нерегулируемом перекрёстке. Несколько сложнее задача о том, как вовремя доехать до аэропорта. Здесь необходимо, кроме времени и стоимости поездки, учитывать факторы неопределённости в виде транспортных пробок, нежелания провести в аэропорту лишний час, выехав из дома слишком рано...

Я уже не говорю о том, что, например, энергосбережение основывается на решении большого числа как технических, так и политико-экономических взаимосвязанных расчётных задач. А вот здесь любые ошибки могут привести к авариям и экономическому ущербу.

М: Мы как-то отвлеклись от задач, решаемых на занятиях в вузе и дома студентами. Какими они должны быть?

С: Во-первых, задачи должны быть понятными. Мне приходится выяснять, что от меня хочет преподаватель, считая, что я должен помнить всё, что изучалось год назад.

Во-вторых, задачи не должны быть занудными. Часто к середине занятия теряешь нить рассуждений и просто продолжаешь записывать то, что делает преподаватель. Иногда потом удаётся разобраться в записях, а иногда нет.

И: Вот и я говорю, что формулировка задач должна быть простой и понятной и не вызывать сомнений у студентов. Лучше всего, если формулировка задач будет наглядной, содержать изображения, видео и анимацию. Если при этом появляются вопросы, то на них нужно отвечать, так как решать задачу без понимания её условий бесполезно.

М: Выходит, что, кроме подготовки к занятиям, я должен ещё рисовать схемы, заниматься созданием анимации и видео?

И: Да, от этого никуда не денешься, но не скажу, что это трудно. Изображения легко находятся в Сети. В крайнем случае, их придётся нарисовать в графическом редакторе по вашему выбору. Анимацию и видео мы будем изготавливать в процессе решения задач. Ничего сложного в этом нет: меняются времена⁵, меняются люди, меняемся мы и требования к нашей профессии.

Очень важно удерживать внимание аудитории во время решения задач. Как мне кажется, на занятиях нельзя рассматривать слиш-

ком “длинные” задачи, решение которых переносится на следующее занятие. В самом крайнем случае разбиваем задачу на подзадачи и решаем последовательность наглядных коротких подзадач, “склеивая” затем решение задачи из решений подзадач.

М: Но это же сложившийся ещё в античности метод решения задач. Даже дети о нём знают. Зачем об этом говорить?

И: Об этом не надо было говорить ещё пять лет назад, а сейчас приходится говорить и говорить неоднократно.

ЗАДАЧИ НЕ ДОЛЖНЫ БЫТЬ ЗАНУДНЫМИ. ЧАСТО К СЕРЕДИНЕ ЗАНЯТИЯ ТЕРЯЕШЬ НИТЬ РАССУЖДЕНИЙ И ПРОСТО ПРОДОЛЖАЕШЬ ЗАПИСЫВАТЬ ТО, ЧТО ДЕЛАЕТ ПРЕПОДАВАТЕЛЬ. ИНОГДА ПОТОМ УДАЁТСЯ РАЗОБРАТЬСЯ В ЗАПИСЯХ, А ИНОГДА НЕТ.

С: Объясните мне, за счёт чего можно сократить время решения задач?

И: Очень хороший вопрос! На нём основывается всё, о чём говорится в этой статье. Мы экономим время за счёт быстрого решения типовых задач, далее мы будем называть их *хорошо решаемыми задачами* (ХРЗ). Мы будем достаточно часто решать обыкновенные дифференциальные уравнения. Давайте воспользуемся для этого инструментами, которые позволяют получить численное, а иногда и аналитическое решение задачи и делают это быстро!

М: Я с вами не согласен, так как в результате мы получаем то, что имеем – людей, которые не умеют решать дифференциальные уравнения, брать интегралы и даже, как вы рассказывали, не понимающие, что такое производная!

⁵Отсылка к песне Боба Дилана “The Times They Are A-Changin”.

Чёрные ящики и изобретение велосипедов



И: Времена меняются. Надо рассказывать студентам о дифференциальных уравнениях, аналитических и численных методах их решения. Делать это нужно на первом, в крайнем случае, втором курсе, ну а дальше просто использовать инструменты для решения такого класса задач. Тогда для решения и даже для его визуализации достаточно написать всего пару строк.

М: Тем самым мы привязываем студентов к определённым программным системам. Что будет, если они не смогут ими пользоваться, закончив университет?

И: Они будут пользоваться другими системами, их в наше время достаточно много, практически на все вкусы и кошельки. **М,** вы же помните время, когда компьютеры покупались “голыми” и их приходилось обустраивать – самим писать библиотеки программ, которые потом применялись для решения практических задач.

М: Да, было такое время... Я узнал много нового и интересного о вычислении специальных функций, мне тогда очень помог один справочник⁶, только что переведённый на русский язык. Стало ненужным ездить в библиотеку и ксерокопировать требующиеся страницы с формулами. Написанной тогда библиотекой функций потом многие пользовались больше десяти лет...

И: Вот об этом я и говорю. Разрабатывается инструмент, а потом все им пользуются. Перейдём теперь к инструментам, применяемым при решении задач.

⁶ Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. Под редакцией М. Абрамовича и И. Стиган. М.: Наука, 1979. 832 с.

И: Никто из нас не жалуется, когда электрическая отвёртка сама закручивает шуруп, но когда мы используем инструменты для решения задач, оказывается, что шурупы необходимо обязательно закручивать вручную.

М: Здесь вы не правы и, продолжая вашу аналогию, можно сказать, что речь идёт о том, что если не знать, как закручивается шуруп обычной отвёрткой, то в конечном итоге становится непонятным, что такое шуруп, отвёртка, зачем и как закручивать...

И: Перед нами возникает вечная дилемма чёрного ящика и изобретения велосипеда. Я вернусь к вашему примеру. Совсем не обязательно тем, кто пользуется библиотекой специальных функций, знать, какие методы применяются для вычисления данной функции при данном сочетании значений параметров. Это удел специалистов, а пользователю нужно, чтобы погрешности вычисления были приемлемыми, а сами вычисления не требовали чрезмерных вычислительных мощностей. Для пользователя программа вычисления специальной функции – чёрный ящик. От него требуется только

прочитать документацию, правильно передать параметры. Пользователь решает свои задачи и не очень интересуется, как решаются другие задачи. Главное, чтобы они решались правильно.

Более того, решение типовых задач, включая, казалось бы, такие простые, как решение систем линейных уравнений, связано с большим числом специальных случаев и ухищрений, так что библиотеки для их решения совершенствуются годами. На мой взгляд, оптимален подход хорошего ремесленника, который подбирает удобный инструмент для своей работы и использует его. Пилить рельсы с помощью ручной пилы не рекомендуется! Ремесленнику совсем необязательно знать, как устроен этот инструмент – нужны знания и навыки для его использования.

М: Пожалуй, здесь вы правы, но рассказывать, как решаются эти задачи обязательно нужно, иначе у студентов складывается впечатлительное, что имеется большая волшебная синяя кнопка – и, нажав на неё, можно получить решение задачи. Я это называю эффектом волшебных технологий.

В курсе численных методов я всегда демонстрирую, как решать алгебраические уравнения с помощью метода половинного деления и метода Ньютона, благо на их реализацию уходит всего несколько минут. В то же время я обращаю внимание, что корней может быть несколько, а получаемый результат зависит от выбора начального приближения.

Давайте попозже более подробно поговорим о библиотеках для решения научно-технических задач и их использовании для практических задач.

И: Хорошо. Вы затронули вторую часть обсуждаемой проблемы – изобретение велосипеда. У неё психологические истоки, сам я грешен, люблю изобретать велосипед. Здесь под изобретением велосипеда я понимаю написание собственного кода при решении

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ, ВКЛЮЧАЯ, КАЗАЛОСЬ БЫ, ТАКИЕ ПРОСТЫЕ, КАК РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ, СВЯЗАНО С БОЛЬШИМ ЧИСЛОМ СПЕЦИАЛЬНЫХ СЛУЧАЕВ И УХИЩРЕНИЙ, ТАК ЧТО БИБЛИОТЕКИ ДЛЯ ИХ РЕШЕНИЯ СОВЕРШЕНСТВУЮТСЯ ГОДАМИ.

задач, для решения которых отработанные средства имеются в доступных библиотеках.

Да, рассказывать и показывать, как работают методы решения таких задач, как решение алгебраических и дифференциальных уравнений, применять их для решения специально подобранных задач в дидактических целях нужно, а вот пользоваться изобретёнными нами велосипедами для решения практических задач едва ли следует. Всегда лучше использовать промышленные средства – специально разработанные и тщательно проверенные библиотеки для решения научно-технических задач.

Иногда думаешь, что быстрее написать код решения задачи для своего специального случая, чем разбираться в документации по библиотеке и, возможно, читать дополнительную литературу. Но как

говорится в заповедях Python⁷: “Особые случаи не настолько особые, чтобы нарушать правила”.

Задачи простые и сложные, решаемые и нерешаемые



С: Всё это интересно, и вы постоянно говорите о задачах, но до сих пор непонятно, о каких задачах идёт речь. “СЧАСТЬЕ ДЛЯ ВСЕХ, ДАРОМ, И ПУСТЬ НИКТО НЕ УИДЁТ ОБИЖЕННЫЙ⁸” – это тоже задача, но её решение вряд ли возможно.

М: Вы правы, нам нужно ограничить себя и сформулировать, о каких задачах мы будем говорить дальше.

И: Мы прежде всего будем говорить о расчётных задачах, для которых имеются входные и выходные параметры и есть процедура, позволяющая по заданным входным параметрам получить выходные параметры.

М: То, о чём вы говорите, называется прямыми задачами. Есть множество входных P_1 , выходных P_0 параметров, процедура A , переводящая P_1 в P_0 : $P_0 = A(P_1)$. Для нас важно, что процедура A существует и может быть реализована имеющими

ся у нас средствами. Если это не так, то задача не имеет в наших условиях решения.

И: Кроме прямых задач, есть обратные задачи, для них всё наоборот. Для заданных значений выходных параметров требуется подобрать значения входных параметров при известной процедуре решения прямой задачи.

М: Здесь требуется уточнение. Для обратных задач могут быть заданы не точные значения выходных параметров, а ограничения на них.

И: К обратным задачам относятся задачи проектирования новой техники. Действительно, мы должны обеспечить требуемые значения входных и выходных параметров, подобрав для этого материалы, конструкцию, параметры технологических процессов. Как правильно заметил **М**, для задач проектирования чаще задаются не значения параметров, а ограничения на них.

М: Должны быть сформулированы условия задачи, то есть то, что у нас есть, что мы должны получить, в каком виде, а иногда и каким способом. Условия задачи должны быть понятны тем, кто будет эту задачу решать.

И: Учебные задачи и задачи, с которыми мы имеем дело после окончания университета, существенно различаются. Для первых условия жёсткие, указывается не только то, что надо сделать, но и как нужно решать задачу. Кроме того, для учебных задач всегда есть решение, если же его нет, то это не очень хорошо характеризует преподавателя, предложившего такую задачу. Для практических задач, которые приходится решать специалистам, характерно то, что

⁷PEP 20 – The Zen of Python. URL: <https://www.python.org/dev/peps/pep-0020/>

⁸Цитата из романа А. Стругацкий, Б. Стругацкий “Пикник на обочине”.

условия задаются в виде ограниченных, например, стоимость изделия не должна превышать некоторого значения, допустимые области значений параметров задаются интервалом, а способ решения определяется имеющимися возможностями. Более того, иногда удаётся переформулировать условия задачи, которые будут компромиссом между желаниями того, кто ставит задачу, и ресурсами и возможностями того, кто эту задачу решает. Здесь не место и время обсуждать, как достигаются такого рода компромиссы.

М: В начальный момент времени состояние у решающего задачу близко к состоянию персонажа русской сказки: “Пойди туда, не знаю куда, принеси то, не знаю что”. Нам же надо “пойти туда, куда надо, и принести то, что надо”. Переход из исходной к целевой ситуации как раз и есть решение задачи. Помочь нам может не Серый Волк и волшебная палочка (с которой, как говорит опыт Гарри Поттера, предстоит ещё научиться

обращаться), а наши знания и навыки, умение читать книги, статьи, находить информацию в Интернет.

И: Когда мы говорим о практических, а не учебных задачах, то необходимо сказать и об исходных данных. Любое правильное решение задачи даст неверный результат, если использовать некорректные исходные данные. Сколько ни перемалывай камни, муки всё равно не получишь!

М: Наш мир несовершенен. Даже когда данные для решения задачи корректные, нужно учитывать их неопределённость. Вспомните пример задачи о трансфере в аэропорт, когда, с одной стороны, нельзя опаздывать, с другой – не хочется часами сидеть в аэропорту.

С: Ясно, что ничего не ясно. Я так и не понял, как подходить к решению расчётных задач.

М: Справедливое замечание, поэтому давайте чуть позже поговорим о том, как решаются задачи.

(Продолжение следует)



издательство
НАУКА
— 1727 —
**ЭКСКЛЮЗИВНЫЙ
ПЕРЕПЛЕТ**

Рисунок на коже
Все виды тиснения
Кожаный переплет
Рельефное тиснение
Клише любой сложности
Полноцветная роспись обрезов
А также адресные папки, дипломы, футляры

Беремся за работы любой сложности!
По всем интересующим вопросам пишите на почту isinityn@tnauka.ru

реклама