

# ЦИФРОВОЙ ДВОЙНИК ВОДЫ

Доктор технических наук В.Ф. ОЧКОВ,  
кандидат технических наук К.А. ОРЛОВ  
(НИУ “МЭИ”)

DOI: 10.7868/S0233361921100049

**М**ольеровский мещанин во дворянстве очень удивился, когда узнал, что он сорок лет не просто говорил, а говорил именно прозой. Авторы этой статьи тоже удивились, когда осознали, что они почти двадцать лет создавали не просто пакет прикладных программ для расчёта теплофизических свойств воды и водяного пара под фирменным названием WaterSteamPro (см. [www.wsp.ru](http://www.wsp.ru)), а... цифровой двойник воды. Вода и водяной пар – это, как известно, очень важная для жизни субстанция. Недаром на далеких планетах ищут именно воду как первый признак возможной жизни. Вода и водяной пар, помимо прочего, – основное рабочее тело и теплоноситель тепловой, атомной и гидроэнергетики. А эти три вида электростанций ещё долго будут доминировать в энергоснабжении мира.

Цифровой двойник (англ. Digital Twin) – модный и сравнительно молодой термин, связанный с четвёртой промышленной революцией. Совсем недавно говорили проще – математическая модель объекта или процесса. Если математическую модель объекта реализовать на цифровом компьютере, то и получится этот самый цифровой двойник физического объекта или процесса. Тут, конечно, можно поспорить о терминах, но остановимся на сказанном.

Для чего нужны цифровые двойники?

Конкретный пример. В ближнем космосе летает корабль, который нужно перевести на новую орбиту. Эту операцию для перестраховки сначала проводят на цифровом двойнике корабля, убеждаясь в том, что всё заду-

мано правильно, а уж потом на самом корабле – на “физическом двойнике цифрового объекта”. Скоро, говорят, и люди обзаведутся своими собственными цифровыми двойниками. Пришёл в поликлинику, а там нужные медицинские процедуры сначала проведут на твоём цифровом двойнике, посмотрят, что и как, а уж потом повторят всё на живом человеке.

Но опустимся из космоса на землю и поговорим о цифровом двойнике воды применительно к общеизвестным и “общеизвестным” фактам и утверждениям! Кстати, человек со своей электронной медицинской картой (зародышем цифрового двойника) на 60 и более процентов состоит из воды. Так что, создавая цифровой двойник воды, мы создаем и цифровой двойник человека.

Давайте интегрируем цифровой двойник воды в инженерный суперкалькулятор Mathcad, сделаем несложные расчёты, построим графики и посмотрим, что к чему.

## 1. Литр и килограмм воды

Когда-то давно единица вместимости литр задавалась так: литр – это объём, занимаемый одним килограммом воды при нормальных условиях. Примем, что нормальные (комнатные, лабораторные) условия – это 18 °С и одна атмосфера физическая (760 мм рт. ст.), и посмотрим, что у нас получится.

На рис. 1 показан расчёт давления, при котором вода с температурой 18 градусов по шкале Цельсия будет иметь плотность, равную 1000 ки-

Давление воды с температурой 18°C, при котором её плотность равна 1000 кг/м<sup>3</sup>

$$p_{1000} := \text{root} \left( \text{wspDPT}(p, 18 \text{ }^\circ\text{C}) - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, p, 20 \text{ atm}, 100 \text{ atm} \right) = 31.136 \text{ atm}$$

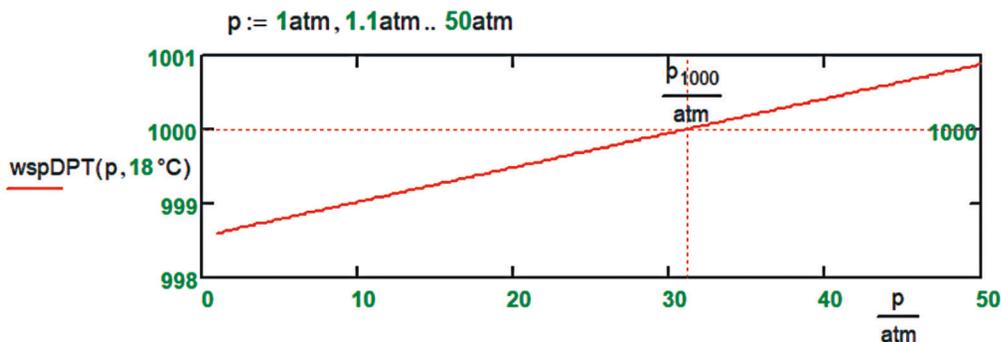


Рис. 1.  
Изменение плотности воды при фиксированной комнатной температуре и разном давлении.

логграммов на метр кубический (один килограмм на литр). Используется функция `wspDPT` авторского пакета `WaterSteamPro`, который, повторяем, с определённой долей условности можно считать этим самым цифровым двойником воды, цифровым двойником её теплофизических свойств.

Можно спорить о том, является ли температура в 18 градусов по шкале Цельсия стандартной, но 31 атмосфера уж точно не стандартное давление. А именно при таком давлении вода комнатной температуры будет иметь “стандартную” плотность в один килограмм на литр.

На рис. 1 решается обратная задача – дано значение функции `wspDPT`, равное 1000 кг/м<sup>3</sup>, и нужно найти соответствующее ему значение первого аргумента  $p$  (давление). Для этого используется встроенная в `Mathcad` функция `root` (корень) с алгоритмом половинного деления<sup>1</sup> на интервале 20–100 атмосфер.

Вода условно считается несжимаемой жидкостью. Подчеркиваем – условно! Её плотность зависит от давления слабо, но от температуры – сильно. А что значит сильно?

На рис. 2 представлен график изменения плотности воды от температуры при нормальном давлении. Максимальная плотность воды (почти килограмм на литр) имеет быть при четырёх градусах по шкале Цельсия. Мы этот факт отметили несколько высокопарным слогом (“имеет быть”) потому, что это очень важное свойство воды. Благодаря ему, а также тому уникальному факту, что плотность льда меньше плотности воды, наши водоёмы зимой не промерзают до дна.

Точка максимальной плотности воды на рис. 2 определена тоже с помощью функции `root`, первый аргумент которой – не сама функция `wspDPT`, а её частная производная по температуре.

<sup>1</sup> Алгоритмом половинного деления – простейший численный метод решения нелинейных уравнений вида  $f(x) = 0$ . Предполагается непрерывность функции  $f(x)$ .

### Плотность воды при атмосферном давлении

$$T_{\max} := \text{root}\left(\frac{d}{dT} \text{wspDPT}(1\text{atm}, T), T, 1^\circ\text{C}, 10^\circ\text{C}\right) = 3.963^\circ\text{C} \quad \rho_{\text{амх}} := \text{wspDPT}(1\text{atm}, T_{\max}) = 999.975 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

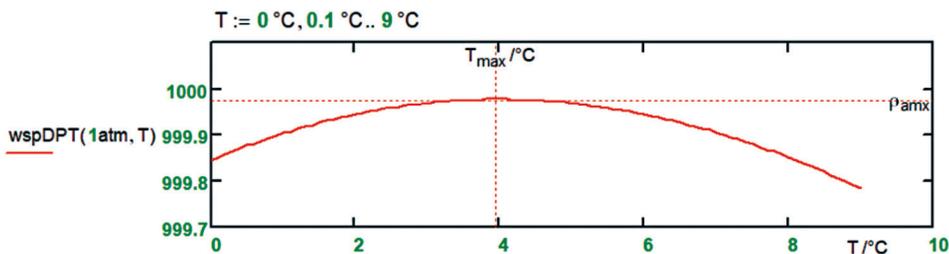


Рис. 2.  
Изменение плотности воды при фиксированном нормальном давлении и при разной температуре.

Как известно, у гладкой и непрерывной функции в точке максимума (минимума или перегиба) первая производная равна нулю – касательная в этой точке горизонтальна.

## 2. Почему у нас такая температура тела?

Экстремальная точка воды, зафиксированная на рис. 1, хорошо известна. А вот о другой подобной точке почти никто ничего не знает – см. рис. 3. Оказывается, что у воды при нормальном давлении изобарная удельная теплоёмкость  $C_p$  находится в диапазоне температур теплокровных животных, более чем на половину состоящих, что мы уже отметили, из воды. То есть можно утверждать, что температура теплокровных животных – это та температура, на поддержание которой тратится меньше энергии. Тут, конечно, можно поговорить ещё и о том, что скорость биологических процессов растёт с ростом температуры, что теплообмен животного с окружающей средой тоже зависит от температуры кожного покрова, что живые организмы не выдерживают слишком высоких температур. Но факт остается фактом. Примерно

4 градуса – это максимум плотности воды (см. рис. 2), а примерно 40 градусов – это минимум удельной изобарной теплоёмкости воды при атмосферном давлении (рис. 3).

Из рис. 3 видно также, что удельная изобарная теплоёмкость воды, выраженная с опорой не на джоули, а на калории, при нормальном давлении равна единице при двух разных температурах – примерно 18 градусов и примерно 68 градусов по шкале Цельсия. А что такое калория? Это количество энергии, необходимое для нагревания одного грамма воды на один кельвин. А при какой температуре и при каком давлении – см. рис. 3.

Калории всячески пытаются выгнать из теплотехники и теплоэнергетики, заменив их на джоули, но это не очень получается. Ведь так и не убрали миллиметры ртутного столба из метеоисводов и те же калории на упаковках продуктов... Если калорию перевести в законченную в СИ единицу энергии, то получится примерно 4.19. Запомним это число!

14 марта во многих странах мира отмечают праздник математики: приближённое значение числа  $\pi$  – это 3.14. В этот день в школах и университетах проводятся интересные и поучительные занятия по математике – царице наук. Можно предложить 19 апреля каждого года праздновать как день теплотехника!

### Изобарная теплоемкость воды при атмосферном давлении

$$T_{11} := \text{root} \left( \text{wspCPPT}(1\text{atm}, T) - 1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, T, 10^\circ\text{C}, 30^\circ\text{C} \right) = 17.425^\circ\text{C}$$

$$T_{12} := \text{root} \left( \text{wspCPPT}(1\text{atm}, T) - 1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, T, 60^\circ\text{C}, 80^\circ\text{C} \right) = 67.897^\circ\text{C}$$

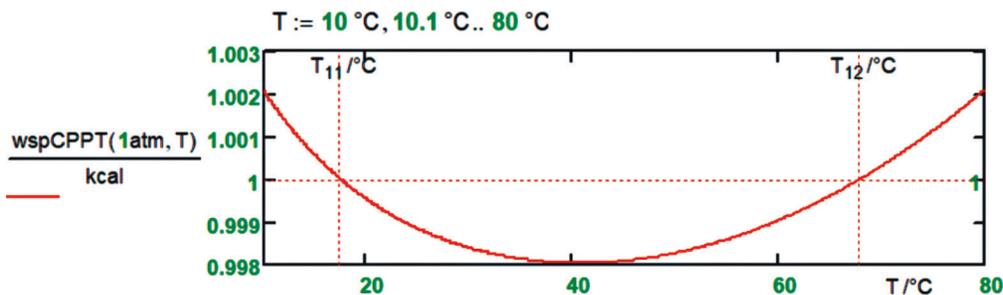


Рис. 3. Изменение удельной изобарной теплоемкости воды при фиксированном нормальном давлении и при разной температуре.

### 3. Третья единица воды

Итак, мы знаем две единицы, связанные с водой, – один килограмм, делённый на литр, и одна калория, делённая на грамм и на кельвин. Это примерные значения плотности и теплоёмкости воды (удельной изобарной). А вот ещё одна водная единица.

Кровь течёт по артериям, венам и капиллярам. Вода течёт по трубам – по водопроводу. На этот процесс сильно влияет вязкость жидкости. На рис. 4 показан расчёт этой величины для воды при нормальных условиях.

Давайте теперь поработаем с вязкостью воды. Если попросить цифрового двойника воды подсчитать вязкость воды<sup>2</sup>, то ответ будет вы-

<sup>2</sup> Вязкость бывает динамическая и кинематическая. Но на самом деле вязкость одна. Кинематическую вязкость ввели для того, чтобы проще было считать, чтобы, например, в выражении для числа Рейнольдса было три (длина, скорость и кинематическая вязкость), а не четыре (длина, скорость, вязкость и плотность) переменных. Какого-то физического смысла у кинематической вязкости нет.

дан с предельно упрощённой единицей kg/m/s (килограмм, делённый на метр и делённый на секунду). Эту единицу измерения нужно будет подправить. Международная система единиц предписывает тут использовать паскаль, умноженный на секунду (Pa · s).

Тут сразу вспоминается такой “литературный” анекдот: «– Кому поставлен этот памятник? – Толстому! – Это тот, кто “Муму” написал? – Нет, “Муму” написал Тургенев! – А почему тогда памятник Толстому поставлен?».

Французский математик и физик, а скорее литератор и философ, Блез Паскаль (1623–1662) вязкостью не занимался. Ей посвятил свои исследования великий математик и физик Исаак Ньютон (1642–1727). Есть даже понятие “ньютоновская жидкость”. Физическая версия вышеприведённого анекдота такая: “– В честь кого названа единица вязкости? – В честь Паскаля! – Это тот, кто занимался вязкостью? – Нет, ею занимался Ньютон! – А почему тогда единица вязкости названа в честь Паскаля? – А потому, что так было удобно разработчикам СИ – короче не напишешь!”.

$$\begin{aligned}
 p &:= 1\text{atm} & T &:= 18\text{ }^\circ\text{C} \\
 \mu &:= \text{wspDYNVISPT}(p, T) = 0.001 \frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}} \\
 \mu &= 0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s} & \mu &= 1.053 \frac{\text{N}\cdot\text{mm}}{\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot\text{m}^2} \\
 \text{root}\left(\text{wspDYNVISPT}(p, T) - 1 \cdot \frac{\text{N}\cdot\text{mm}}{\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot\text{m}^2}, T\right) &= 20.065\text{ }^\circ\text{C}
 \end{aligned}$$

Рис. 4. Вязкость воды при нормальных условиях.

На рис. 4 в единицу вязкости вернули незаслуженно обиженного Ньютона (N), а также единицы длины (m), скорости (m/s) и площади (m<sup>2</sup>). Такая сложная единица измерения получилась потому, что сила вязкого трения (N), действующая на жидкость, пропорциональна скорости относительного движения тел (m/s) и площади (m<sup>2</sup>) и обратно пропорциональна расстоянию между плоскостями (m). В ручных расчётах, конечно, никто не будет использовать такую “трёхэтажную” единицу для измерения вязкости, но в компьютерных расчётах она будет смотреться вполне естественно. Тем более для образовательных и самообразовательных целей. Но можно просто оставить то, что автоматически возвращает пакет Mathcad – упрощённое до предела выражение kg/m·s. Как говорится – ни нашим, ни вашим (см. рис. 4). А паскалями пусть измеряют давление. Что, кстати, и неудобно – приходится часто использовать множители кило, мега и даже гига или полуполезальные единицы – атмосферы физические как в наших примерах.

Если взять две пластины площадью один квадратный метр каждая, сделать зазор между ними, равным одному

миллиметру (а не метру), залить в зазор воду с температурой 20 градусов по шкале Цельсия и с давлением в одну атмосферу физическую и перемещать пластины со скоростью один метр в секунду, то нужно будет приложить силу, равную одному ньютону. Вязкость такой воды и будет равна этой самой третьей единице воды – см. рис. 4.

Кстати, о удельных единицах теплоёмкости, внутренней энергии, энтальпии и энтропии. Во всех справочниках там присутствуют килоджоули, делённые на килограммы, которые пакет Mathcad упорно сокращает до квадратных метров, делённых на квадратные секунды (m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>). А это, как и в случае с вязкостью, напрочь лишает ответ какого-либо физического смысла. Приходится возвращать привычные и “физичные” килоджоули, делённые на килограмм (kJ/kg). Но и тут не обходится без удивления – а почему бы не писать и не говорить проще – джоули, делённые на грамм (J/g), сократив балластные кило.

Даниил Хармс говорил, что его телефон 32-08 запомнить просто – 32 зуба и... 8 пальцев. Три базовых теплофизических свойств воды при нормальных условиях запомнить тоже просто – это **один-один-один**: один килограмм на литр (плотность – см. рис. 1 и 2), одна калория на грамм и кельвин (удельная изобарная теплоёмкость – см. рис. 3) и один ньютон на... (см. рис. 4 – вязкость). Если же вам нужно знать свойства воды и водяного пара при других параметрах, то достаточно из любой расчётной программной среды (Mathcad, Maple, Mathematica, MATLAB, Excel, fortran, Pscsl, BASIC, C, Python и т.д.) обратиться к “теплофизическому” цифровому двойнику воды.