Научная графика Mathcad

Одно из самых эффективных средств визуализации исходных, промежуточных и рассчитанных данных — построение *графиков*. Здесь будет дана только краткая характеристика этого инструмента Mathcad — более подробная информация о графиках разбросана по все книге и представлена на сайте книги.

В среде Mathcad создание графика ведется с помощью команды **График** из меню **Вставка** или с помощью панели инструментов, показанной на рис. 1.68.

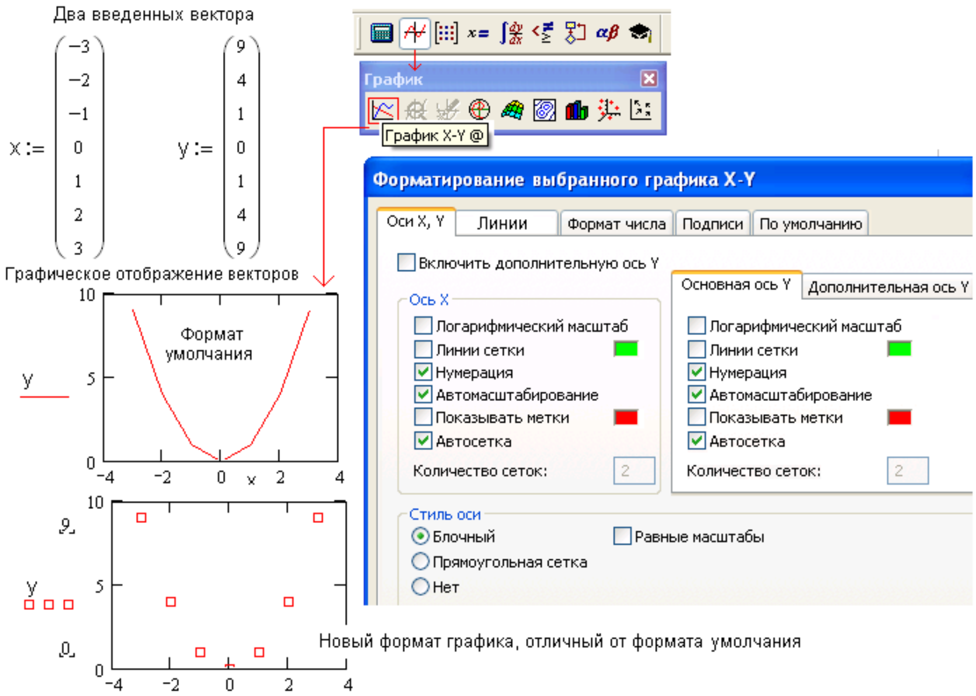


Рис. 1.68. Графическое отображение двух векторов

Графики Mathcad условно можно разделить на следующие группы:

- ❒ по числу отображаемых переменных:
  - графики, отображающие зависимости от одной переменной: **График X-Y** и **Полярный график**;
  - графики, отображающие зависимости от двух переменных: **График поверхности**, **Линии уровня**, **Столбчатая 3D-диаграмма**, **3D-график разброса** и **Векторное поле**;
- ❒ по числу осей на графике:

- плоские (2D) графики: **График X-Y**, **Полярный график**, **Линии уровня** и **Векторное поле**;
- объемные (3D) графики: **График поверхности**, **Столбчатая 3D-диаграмма** и **3D-график разброса**.

3D-графики снабжены средствами повышения их объемности: перспектива, освещение и транспорентность (прозрачность).

Реализация в среде Mathcad 2D- и 3D-графиков ведется по разным программным технологиями. Это, в частности, имеет то следствие, что в местозаполнители (операнды) 2D-графиков допустимо вставлять не только числовые константы, но и переменные, что нельзя сказать о 3D-графиках. Второе важное отличите 2D- и 3D-графиков состоит в то, что 2D-график обрабатывает ошибки, связанные с тем, что на каких-то участках оси ординат функция может быть не определена или имеет комплексные значения. 3D-график в таких ситуациях прерывает построения и выдает сообщение об ошибке. Мы этот нюанс еще не раз разберем в книге.

Типов графики на самом деле намного больше, чем отмеченных выше полужирным шрифтом кнопок панели вставки графика (см. рис. 1.68). Некоторые графики, которые можно было бы отнести к самостоятельным типам. Например, столбчатая 2D-диаграмма или график ошибки получаются после соответствующего *форматирования* других графиков — того же **Графика X-Y**.

Сразу отмечу, что объемные графики редко используются для иллюстрации графических зависимостей. Поэтому, создавая Mathcad-документ, нужно сразу ориентироваться на простую 2D-графику, помня, что экран дисплея и бумага принтера — это плоские объекты. Более того, многие задачи могут опираться на набор функции трех, четырех и более аргументов, графики которых нужно показывать в соответствующем четырех-, пятимерном и более пространстве. А у нас оно трехмерное.

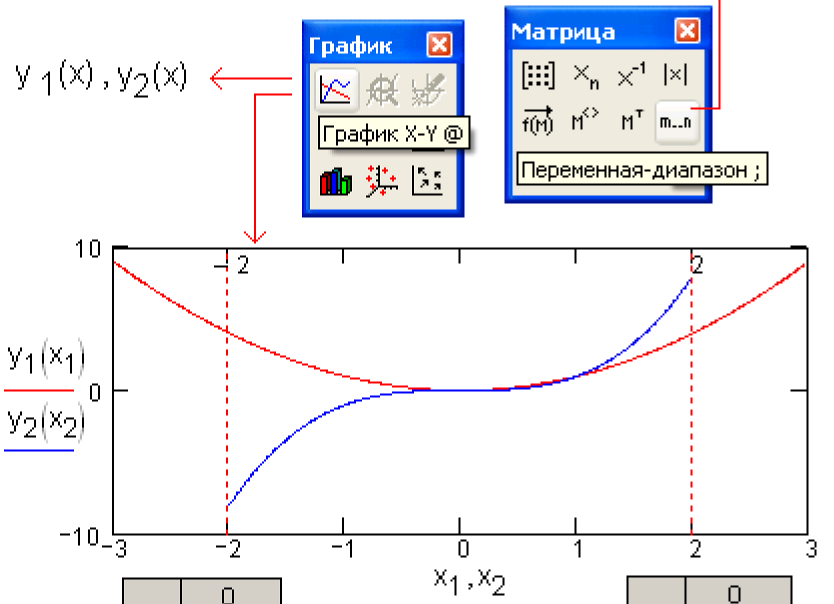
Самый распространенный график в Mathcad-документах — это **График X-Y**. Он отображает на плоскости в прямоугольных координатах взаиморасположение пар элементов (компонентов) двух, трех и более векторов одной длины — табуляцию функциональных зависимостей одного аргумента. На рис. 1.68 показано, как в расчет введены два вектора x и y одинакового размера, далее курсор переведен на свободное место, где хотят видеть график, нажата кнопка **График X-Y**. На место операндов появившейся заготовки графика проставлены переменные x и y (туда, кстати, можно вставлять сами векторы, а не их имена). После этих несложных манипуляций (векторы x и y могут быть считаны с диска либо генерированы самим расчетом, а не созданы вручную) на экране дисплея появится график (рис. 1.68, верхний график) с множеством умолчаний в форматировании. В частности, на этом графике точки, показывающие пространственное расположение пар элементов двух векторов, соединены ломаной линией, идущей от первой точки (от первых элементов двух отображаемых векторов) до последней (до последних элементов векторов). Нарушить это и другие умолчания можно, вызвав диалоговое окно **Форматирование выбранного графика X-Y**. Оно, как и другие диалоговые окна форматирования объектов Mathcad, вызывается двойным щелчком мыши по графику либо командой из локального меню.

На графике, показанном на рис. 1.68, форматированием были убраны линии, соединяющие точки. Вряд ли следует перечислять в данной книге все допустимые изменения в графике. Все это подробно описано в документации и справочной системе Mathcad. На графике X-Y можно отображать не только пары векторов, но и сами функциональные зависимости. Для этого достаточно нажать кнопку **График X-Y**, а в операнды появившейся заготовки графика записать не имена векторов, как это было показано на рис. 1.68, а функцию, определенную ранее, `y(x)` и ее аргумент `x`. После перевода курсора нужный график будет построен в диапазоне изменения аргумента от –10 до 10, если, конечно, соответствующая функция в этом диапазоне возвращает действительные значения и переменной `x` не присвоено конкретного скалярного значения. Например, функция квадратного корня будет построена в диапазоне от нуля до 10, т. к. в левой половине оси *x* она возвращает мнимые числа. При этом задача сводится к графическому отображению двух векторов: пакет Mathcad заполняет отрезок построения графика точками, число которых (в среднем их 50) зависит от размера графика на экране дисплея и от разрешения монитора. Пакет Mathcad для этих точек рассчитывает (табулирует) значения аргумента и функции, т. е. формирует два вектора, по которым и строится график. Размер графика пользователь может менять, "цепляя" и передвигая курсором мыши края график.

Раньше (до появления версии Mathcad 7) перед построением декартова графика пользователь должен был сам формировать диапазон изменения значений аргумента и указывать число точек на графике, например, записывать в Mathcad-документ переменную-диапазон `x:=-10, -9.9... 10`. В последних версиях Mathcad этого можно не делать, опираясь на технологию QuickPlot ("быстрый" график). Однако вручную формировать аргумент отображаемой функции приходится в случае, если на графике необходимо отобразить две и более функции в разных диапазонах изменения аргумента, как это показано на рис. 1.69.

$y_1(x) := x^2$ $\qquad$ $y_2(x) := x^3$

$x_1 := -3, -2.9 .. 3$ $\qquad$ $x_2 := -2, -1.9 .. 2$



$x_1 =$

	0
0	-3
1	-2.99
2	-2.98
3	-2.97
4	-2.96
5	-2.95
6	-2.94
7	-2.93

$y_1(x_1) =$

	0
0	9
1	8.94
2	8.88
3	8.821
4	8.762
5	8.703
6	8.644
7	8.585

Рис. 1.69. Построение графиков двух функций в двух разных диапазонах изменения аргумента

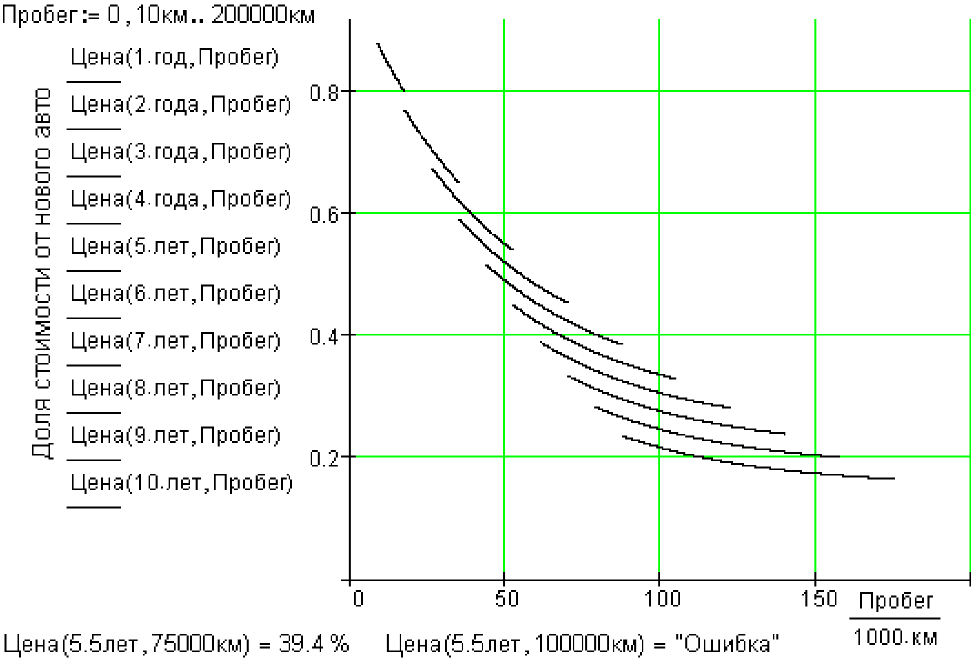
Внизу рис. 1.69 для примера показана распечатка значений переменной x_1 и функции $y_1(x_1)$, что еще раз подчеркивает: Mathcad строит график сугубо по точкам, а не так, как учат в школе и вузе, — находить у функции особые точки и линии (нули, минимумы, максимумы, точки перегиба, асимптоты и др.), а уж потом качественно, а не количественно (т. е. по точкам) строить график. Об этой специфике Mathcad не следует забывать, строя те или иные графики.

Часто необходимо строить график только при определенном сочетании значений аргументов и функций. Проиллюстрирую этот тезис на примере графика функции, возвращающей стоимость подержанного автомобиля в зависимости от его возраста и пробега и учитывающей, что средняя скорость автомобиля (т. е. пробег, поделенный на возраст) должна лежать в диапазоне от 1 до 2 км/ч. На рис. 1.70 в функцию `Цена` вводятся *штрафные санкции*: если реальная средняя скорость автомобиля не укладывается в данный диапазон, то функция возвращает не число, а текст, который на графике игнорируется.

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 4064 \\ -269.4 \\ 4973 \\ -0.0000348 \end{pmatrix} \qquad \text{Цена}(\text{Возраст}, \text{Пробег}) := \frac{a + b\cdot\dfrac{\text{Возраст}}{\text{год}} + c\cdot e^{\left(d\cdot\frac{\text{Пробег}}{\text{миля}}\right)}}{a + c}$$

$$\text{Цена}(\text{Возраст}, \text{Пробег}) := \text{if}\left(1\,\frac{\text{км}}{\text{ч}} < \frac{\text{Пробег}}{\text{Возраст}} < 2\,\frac{\text{км}}{\text{ч}}, \text{Цена}(\text{Возраст}, \text{Пробег}), \text{"Ошибка"}\right)$$

$$\text{Пробег} := 0, 10\text{км} .. 200000\text{км}$$



$$\text{Цена}(5.5\text{лет}, 75000\text{км}) = 39.4\,\% \qquad \text{Цена}(5.5\text{лет}, 100000\text{км}) = \text{"Ошибка"}$$

Рис. 1.70. График функции, возвращающей число и текст ("не число")

Поверхности строятся также с помощью табулирования функции, но уже двух переменных. Затем узлы соответствующей сетки матрицы, формирующей будущую поверхность, поднимаются на высоту, пропорциональную значению функции `f(x,y)` в этой точке (рис. 1.71). Далее эта сетка форматируется нужным образом: ее ячейки при необходимости окрашиваются в различные цвета по разным схемам, убирается сама сетка, меняется ориентация графика в пространстве, вводится перспектива и т. д. Количество умолчаний (дополнительных инструментов форматирования) трехмерных графиков на порядок больше, чем у плоских графиков. Существенный недостаток окон форматирования графиков и некоторых других объектов Mathcad, как мы уже отметили, заключается в том, что в их окна можно вставить только константы, но никак не переменные, значение которых задается в самом Mathcad-документе.

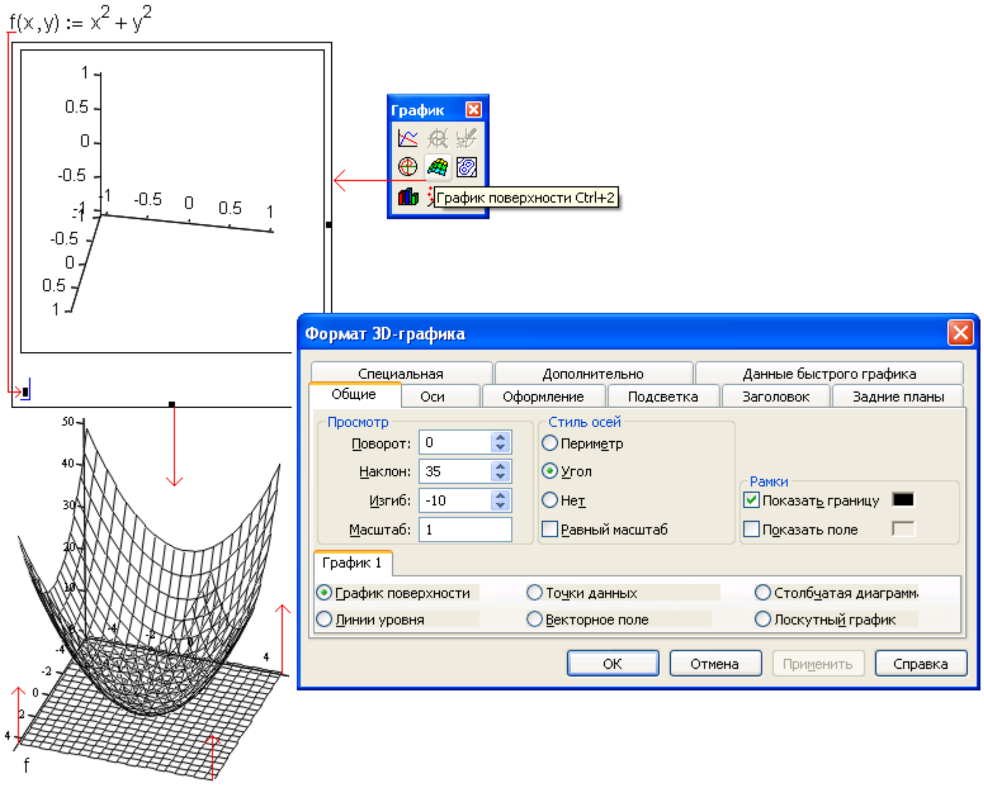


Рис. 1.71. Построение поверхности в среде Mathcad

Построение семейства кривых

Особо следует сказать о построении *семейства кривых* в среде Mathcad.

Функции двух независимых аргументов (переменных) `f(x, y)` в среде математических пакетов и, в частности, в среде Mathcad, можно отображать средствами трехмерной графики — *поверхностями* (см. рис. 1.71). Но с трехмерными графиками, спроецированными на плоскость страницы книги, научной статьи или экрана дисплея, трудно работать — наблюдать зависимости, оценивать значения и т. д. Функции двух аргументов в книгах и статьях, как правило, отображаются *семейством кривых*, на которых четко видны те или иные зависимости (например, наклон кривых) и по которым при необходимости можно провести оценку значения самой функции в той или иной точке[1].

В среде Mathcad на одном графике X-Y можно построить до 16 (Mathcad 11 и ниже) или до 32 (Mathcad 12 и выше) кривых. На рис. 1.72 показано, как строятся такие кривые: первый аргумент функции `y` является формальным параметром (`x`) и отмечен на оси ординат, а второй аргумент — это константа, явно прописанная (`0.1`, `0.5` и `10`), либо заданная через переменную (`e`).

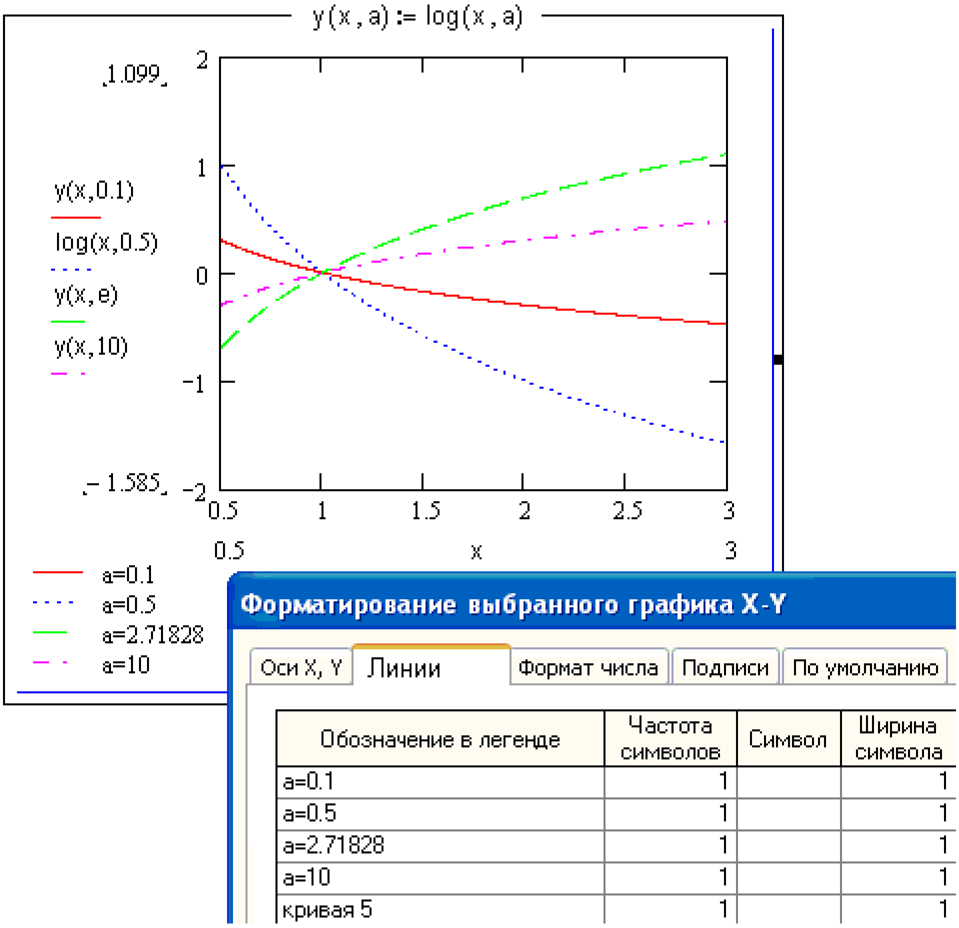


Рис. 1.72. Традиционный способ построения семейства кривых в среде Mathcad

[1] Особый вид творчества на Mathcad — это создание с помощью трехмерной графики не поверхностей, отображающих какие-либо зависимости от двух аргументов, а рисование каких-либо объектов в трехмерном пространстве. Тут следует заметить, что такой САПР — не стихия Mathcad. Тут нужно использовать специализированные инструменты — пакет Pro/ENGINER (Creo), например, куда Mathcad может передать рассчитанные данные.

Можно отметить следующие недостатки данного способа построения семейства кривых:

- ❒ число выводимых на график кривых задается явно с помощью форматирования самого графика — через изменение списка функций, записанных у оси абсцисс;
- ❒ число кривых на графике не может быть больше 16 или 32 *(см. выше)*;
- ❒ при большом числе кривых и, соответственно записей у оси абсцисс, вертикальный размер графика становится слишком большим и его нельзя уменьшить протяжкой графика.

Альтернативная технология построения семейства кривых, которая будет описана далее, основана на генерации двух векторов `y(x)`[2] и `x`, хранящих координаты кривых.

На рис. 1.73 показано, как пользователь вводит в текстовое поле функцию двух аргументов[3], а далее в другом текстовом поле списком через запятую указывает, при каких значениях переменной `a` должны быть построены кривые семейства в диапазоне изменения первого аргумента `x` от x_1 до x_2. Тут могут быть и не текстовые поля, а простые операторы присваивания (задания) функции `y(x, a)`, значений вектора `a` и констант x_1 и x_2. Если же задействованы текстовые поля (документ готовится к публикации в Сети по технологии MA/CS), то необходимо использовать функцию `Str2Math`, переводящую текст (`Str`) в математическую (`Math`) конструкцию: функцию пользователя, вектор, скаляр.

---

[2] Это не функция `y` от `x`, а переменная с именем `y(x)`, которая в среде Mathcad создается через аккорд <Ctrl>+<Shift>+<k>, блокирующий ввод спецсимволов `(, )` и др. Можно, конечно, данному вектору дать и более традиционное, простое имя — `y`, например. Но имя `y(x)` более информативно.

[3] В данном примере задействована функция `wspHPT` из пакета WaterSteamPro (**www.wsp.ru**), возвращающая энтальпию (`H`) воды или водяного пара в зависимости от давления (`P`) и температуры (`T` — см. комментарий, который можно ввести в текстовое поле после точки с запятой). Разумеется, что в поле для `y(x, a)` может быть любая другая функция или выражение с переменными `x` и `a`.

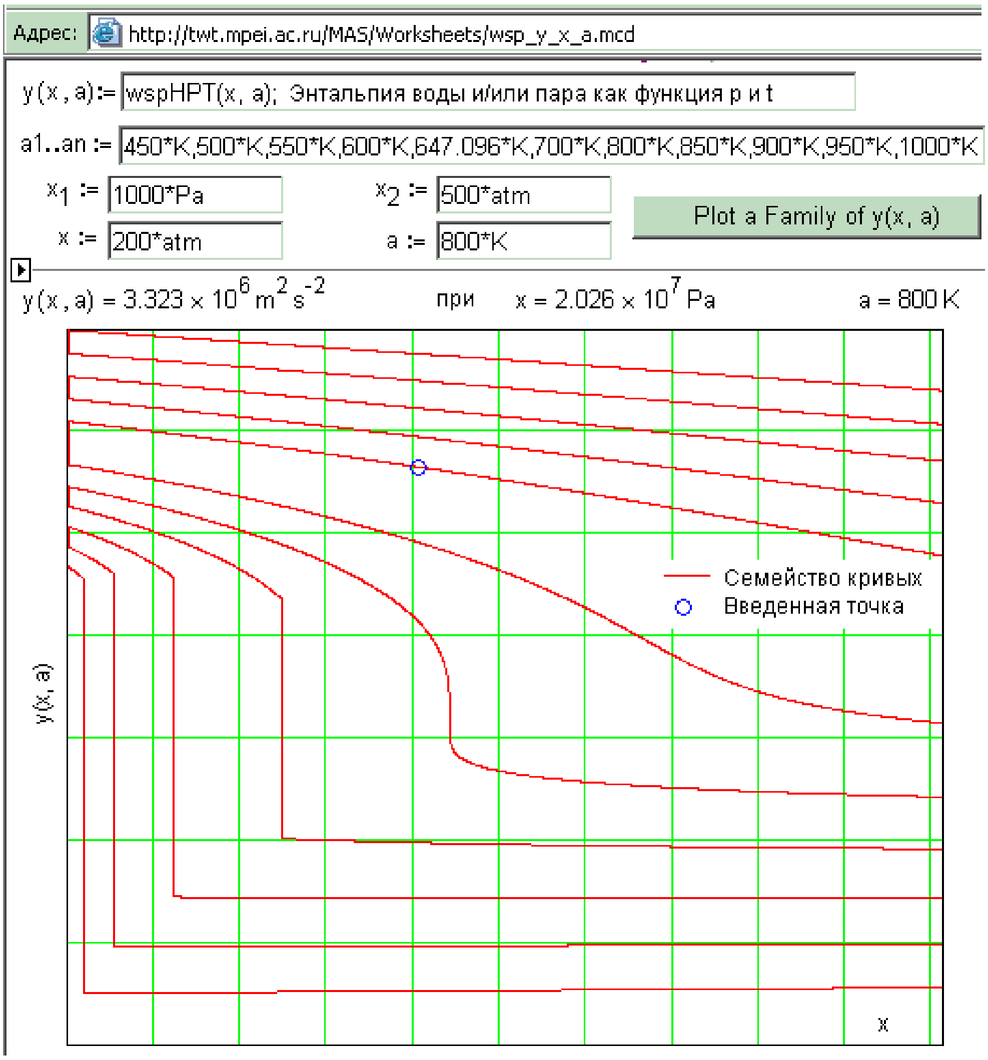


Рис. 1.73. Альтернативный способ построения семейства кривых в среде Mathcad

На рис. 1.74 показаны операторы, скрытые на рис. 1.73. Они с помощью двух циклов с параметром формируют два описанные выше вектора — x и y(x). В первом, внешнем цикле ведется перебор вектора a, а во втором цикле, вложенном в первый — значений x, заданных диапазоном x_1–x_2 и числом точек в нем n. При этом перебор значений x во вложенном цикле ведется по-разному в зависимости от номера кривой в семействе: от x_1 к x_2 при четных значениях номера кривой и в обратном направлении от x_2 к x_1 — при нечетных значениях. Этот прием позволяет соединить конечные точки на графиках линиями так, чтобы само семейство кривых не перечеркивалось диагональными линиями, соединяющими последнюю точку предыдущей кривой с первой точкой последующей. На нашем графике (рис. 1.73) эти линии стали невидимыми за счет наложения на рамку графика.

$$n := 300 \qquad m := \mathrm{last}(a)$$

$$y(x) := \left| \begin{array}{l} j \leftarrow 0 \\ \text{for } \ i \in 0..m \\ \quad \text{for } \ x \in \mathrm{if}\left[\frac{i}{2} = \mathrm{ceil}\left(\frac{i}{2}\right), \left(x_1, x_1 + \frac{x_2 - x_1}{n} .. x_2\right), \left(x_2, x_2 - \frac{x_2 - x_1}{n} .. x_1\right)\right] \\ \quad \quad \left| \begin{array}{l} y(x)_j \leftarrow y(x, a_i) \\ j \leftarrow j + 1 \end{array} \right. \\ y(x) \end{array} \right.$$

$$x := \left| \begin{array}{l} j \leftarrow 0 \\ \text{for } \ i \in 0..m \\ \quad \text{for } \ x \in \mathrm{if}\left[\frac{i}{2} = \mathrm{ceil}\left(\frac{i}{2}\right), \left(x_1, x_1 + \frac{x_2 - x_1}{n} .. x_2\right), \left(x_2, x_2 - \frac{x_2 - x_1}{n} .. x_1\right)\right] \\ \quad \quad \left| \begin{array}{l} X_j \leftarrow x \\ j \leftarrow j + 1 \end{array} \right. \\ X \end{array} \right.$$

Рис. 1.74. Операторы, формирующие псевдосемейство кривых

Другой (традиционный) способ сделать невидимыми соединительные диагональные линии — это увеличение числа точек (значения переменной `n` на рис. 1.74) и форматирование графика не линиями, как это сделано на рис. 1.74, а точками, сливающимися в линию, если сама функция `y(x, a)` меняется от `x` не слишком резко. Этот прием нельзя применить к рис. 1.75, на котором построена зависимость энтальпии воды и водяного пара от давления при разных значениях температуры (семейство изотерм). Как известно, в докритической области энтальпия скачком изменяется от значений, соответствующих пару на линии насыщения, до значений, соответствующих воде на линии насыщения.

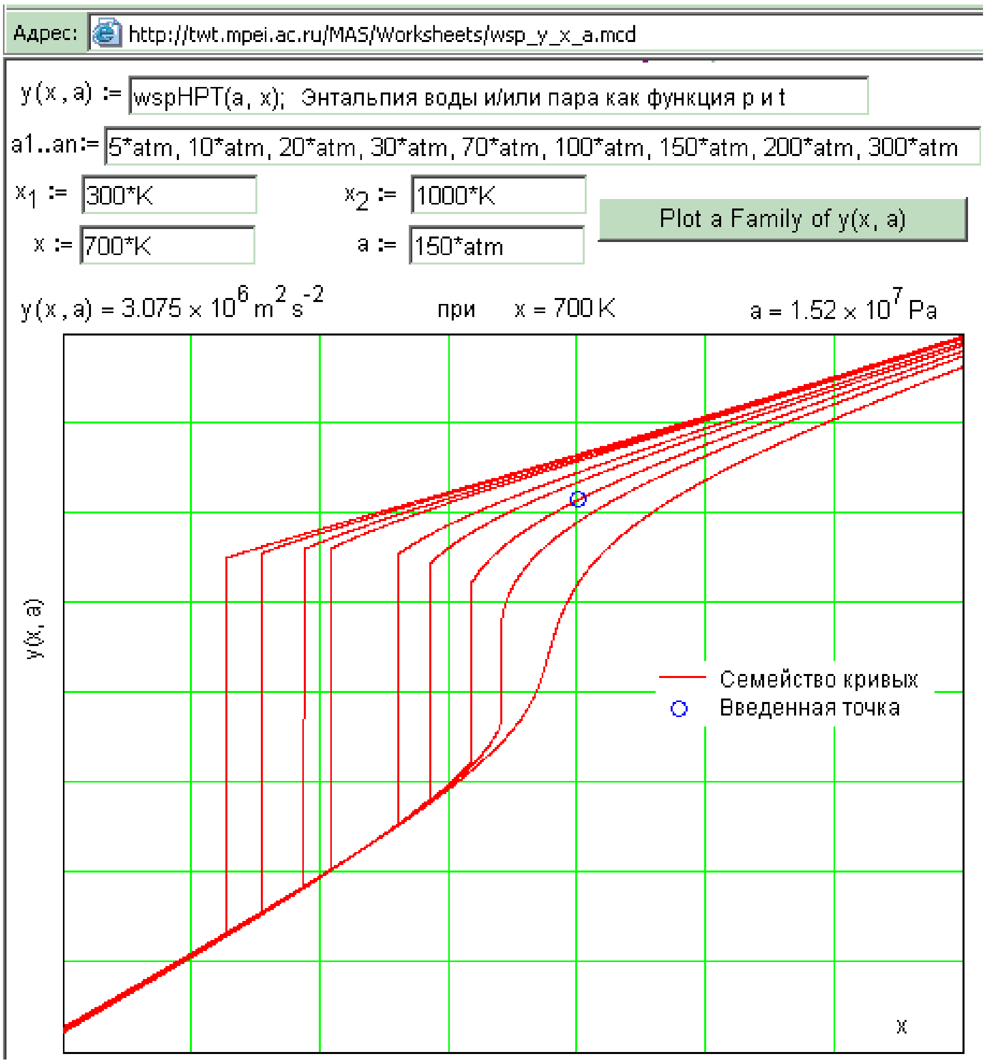


Рис. 1.75. Зависимость энтальпии воды и водяного пара: семейство изотерм

Еще одна особенность программы, показанной на рис. 1.74 и 1.75, состоит в следующем. Векторы `y(x)` и `x` заполняются в отдельных циклах `for...`, хотя, казалось бы, в целях ускорения работы программы эту операцию нужно делать в одном цикле. Дело в том, что эти два вектора могут быть размерными (а это как раз наш случай, на рис. 1.73 аргумент `x` имеет размерность давления, а сама функция `y(x, a)` — удельной энтальпии). Mathcad-программа не может возвратить два вектора или два скаляра с разной размерностью.

Кстати о размерности. На рис. 1.74 значение удельной энтальпии в заданной точке (p = 200 atm и t = 800 K) выдано не в Дж/кг, а в $м^2/с^2$, т. е. упрощено до предела — отформатировано соответствующим образом. Это связано с тем, что при выводе могут формироваться различные значения с разными единицами измерения в зависимости от вида введенной функции в первом текстовом поле на рис. 1.74. Из-за этого нельзя заранее подставить нужные ("жесткие") единицы измерения в последний операнд оператора вывода численного значения ■ = ■ ■, предназначенного для корректировки единиц измерения выводимой величины. Кстати, подобное не вполне логичное упрощение единиц мы и сами часто делаем, не замечая этого. Конкретный пример. Размерностью теплопроводности логично было бы определить в виде единицы $W\ m/(m^2\ K)$, а не $W/(m\ K)$, т. к. эта физическая величина вводится как коэффициент в законе Фурье, связывающем плотность теплового потока с градиентом температуры. Формальное сокращение метра в размерности теплопроводности в известной степени искажает смысл этой величины.