Задача об оптимальных перевозках

Основное преимущество функции `Minimize` и `Maximize` по сравнению с функцией `MinErr` не только и не столько в том, что при работе с функцией... не нужно знать примерного значения минимума или максимума, но и в том, что функции `Minimize` и `Maximize` могут решать такие оптимизационные задачи, где суть не в самой оптимизируемой (целевой) функции (она может быть простой — линейной, например), а в ограничениях.

На рисунке показано решение так называемой *транспортной задачи*: необходимо ежедневно с первой шахты перевозить на две электростанции 50 тонн угля, а со второй шахты — 70 тонн. При этом первая электростанция сжигает в сутки 40 тонн угля, а вторая — 80 (50 + 70 – 40). Работа ведется "с колес", т. е. уголь ни на шахтах, ни на электростанциях не складируется, а сразу сжигается в топках электростанции. Тут получается система линейных алгебраических уравнений, но не с одним, а с *множеством решений*, одно из которых минимизирует *целевую функцию*[1] — затраты на перевозки. А они заданы: 40 долларов за тонну при перевозке угля с первой шахты на первую электростанцию (доставка из-за границы), 1600 руб. за тонну при перевозке угля с первой шахты на вторую электростанцию и т. д. (см. функцию с именем `СП` на рис.).

[1] Решая оптимизационную задачу, нужно сразу выделять из нее три составляющие: *переменные* оптимизации, значение которых ищутся, целевую *функцию* и возможные *ограничения*.

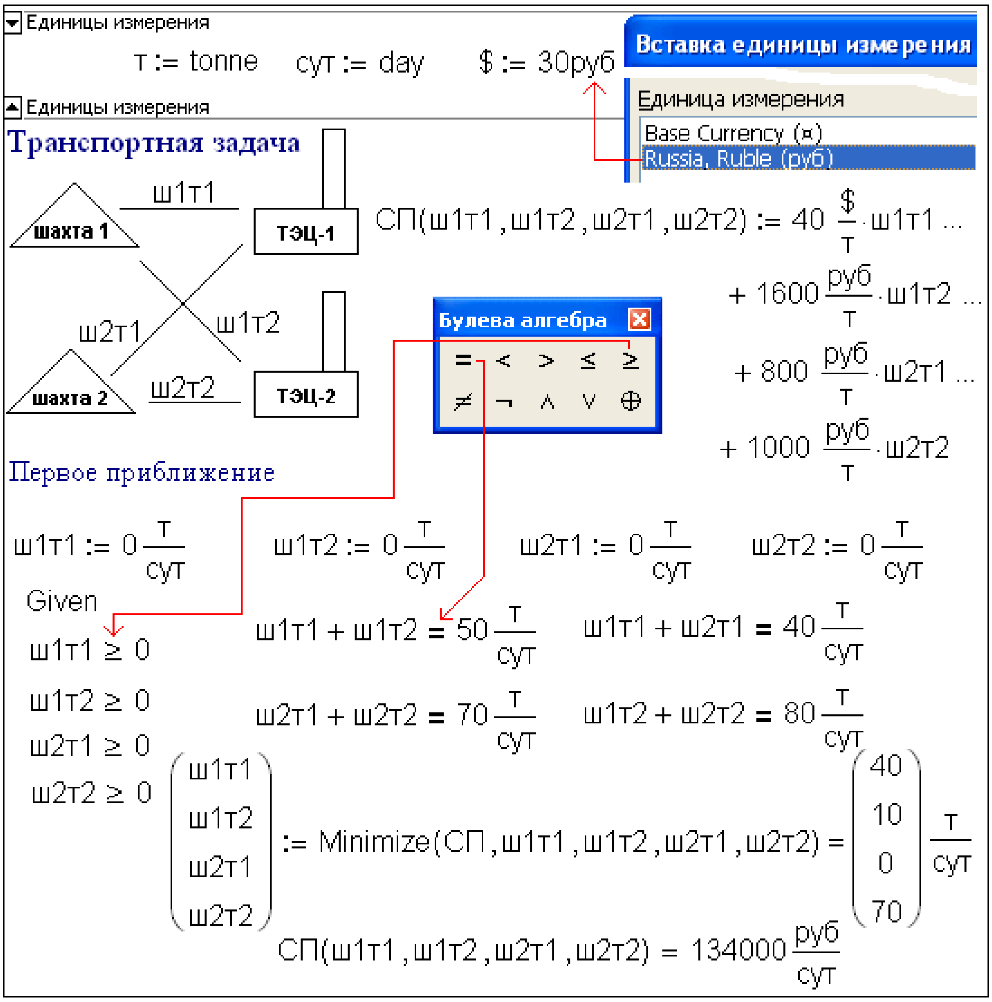

Рис. Транспортная задача

Спрашивается, как нужно организовать перевозки (чему равны значения переменных `ш1т1`, `ш1т2`, `ш2т1` и `ш2т2`), чтобы транспортные расходы были минимальны и выполнялись ограничения-равенства. На рисунке дан ответ. Парадокс задачи состоит в том, что по самому дешевому маршруту (со второй шахты на первую электростанцию — 800 руб./т) ничего не перевозится (`ш2т1 = 0`).

Другой парадокс в том, что эта задача при даже минимальном ее анализе позволяет уменьшить число переменных с четырех до трех и даже двух. Но мы опять же решаем задачу "в лоб" — без уменьшения числа переменных оптимизации. Дело в том, что тут можно "дооптимизироваться" и решить задачу совсем без компьютера, приняв, что все нагрузки ложатся на самый дешевый маршрут (вторая шахта — первая электростанция, см. выше) и... неправильно решить задачу — максимизировать, а не минимизировать затраты на перевозки.