

## 21 Законы теплового излучения

### 21.1 Количественные характеристики излучения

Тепловое излучение тел – это электромагнитное излучение, определяемое температурой излучателей. При температурах 273 К ÷ 4000 К тепловое излучение занимает интервал длин волн примерно от 1000 мкм до 0,7 мкм, то есть включает инфракрасное излучение – от дальнего миллиметрового диапазона вплоть до красного участка видимого света. Видимый свет (длина волны 0,4 ÷ 0,7 мкм) является тепловым излучением поверхности Солнца с температурой примерно 6000 К. Таким образом, можно сказать, что тепловое излучение – это инфракрасное излучение. Это верно для тех температур, с которыми имеют дело в технике.

Большинство технических твердых материалов непрозрачно для инфракрасного излучения (даже стекло). Поглощение и излучение происходит *на поверхности* тел и определяется температурой поверхности и ее состоянием (шероховатостью, степенью окисленности и т.п.). Твердые (плотные) тела имеют *непрерывный* спектр.

Излучение газов (разреженных сред) существенно отличается от излучения твердых тел. Одноатомные и двухатомные газы (такие как азот, кислород) практически прозрачны для инфракрасного излучения и не излучают в этой области спектра. Трехатомные газы (особенно важны водяной пар и углекислый газ, содержащиеся в продуктах сгорания) сильно поглощают и излучают, но только на определенных длинах волн. Их спектр имеет полосовой характер. Другая важная особенность – объемный характер излучения: малый объем газа или газ при очень малом давлении содержит малое число излучающих (поглощающих) молекул и поэтому слабо излучает и практически прозрачен. Наоборот, большие объемы при большом давлении сильно излучают и поглощают (в своих полосах спектра).

Далее в этом разделе рассмотрены характеристики излучения твердых тел.

*Плотностью потока излучения*  $E$ , Вт/м<sup>2</sup>, называют поток энергии (Дж/с=Вт), излучаемый с единицы поверхности (м<sup>2</sup>) по всем направлениям внутри контрольной полусферы (см. Рис. 21.1):

$$E \equiv \frac{dQ}{dF}, \text{ Вт/м}^2. \quad (21.1)$$

Это *интегральное* излучение, просуммированное по всем длинам волн.

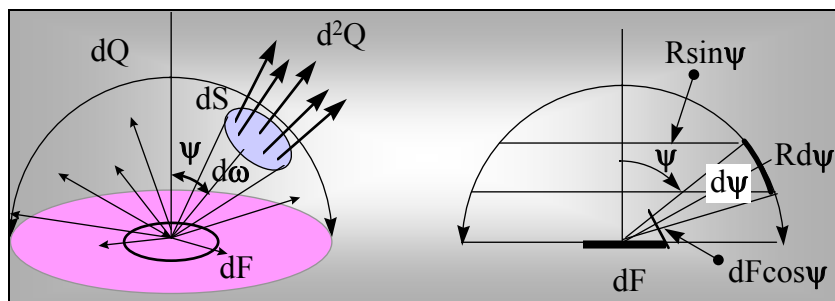


Рис. 21.1. К определению понятий плотности потока и энергетической яркости излучения.

Если выделить некоторый малый интервал длин волн от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$ , измерить плотность потока излучения  $dE$ , Вт/м<sup>2</sup>, и отнести этот поток к интервалу  $d\lambda$  длин волн, то получится *спектральная плотность* потока излучения:

$$E_\lambda \equiv \frac{dE}{d\lambda}, \quad (21.2)$$

показывающая, как сильно излучает тело на той или иной волне. Используя световую аналогию, можно сказать, что спектральная плотность определяет цвет излучения. Зависимость спектральной плотности от длины волны определяет спектр излучения. Пример спектра приведен далее на Рис. 21.4.

Плотность и спектральная плотность потока излучения связаны очевидным интегральным соотношением:

$$E = \int_0^\infty E_\lambda d\lambda. \quad (21.3)$$

*Энергетическая яркость*  $L$  определяется соотношением:

$$L \equiv \frac{d^2Q}{d\omega dF \cos \psi}, \text{ Вт/ср м}^2, \quad (21.4)$$

где  $d^2Q$ , Вт – поток энергии, излучаемой площадкой  $dF$ , м<sup>2</sup>, внутри телесного угла  $d\omega$ , стерадиан, в направлении, составляющем угол  $\psi$  с нормалью (см. Рис. 21.1).

Энергетическая яркость показывает, как сильно излучает тело в заданном направлении. Это важная характеристика, поскольку при расчете теплообмена излучением приходится рассчитывать потоки от данной поверхности на другие тела, произвольно расположенные в пространстве.

Большинство технических материалов, с шероховатой, окисленной, «матовой» поверхностью, являются т.н. *диффузными* излучателями: их энергетическая яркость не зависит от направления (угла  $\psi$ ). Для таких

излучателей, как показано ниже, плотность потока излучения  $E$  (по всем направлениям внутрь полусферы) связана с энергетической яркостью  $L$  простым соотношением:

$$L = \frac{E}{\pi} . \quad (21.5)$$

Следовательно, излучение в заданном направлении можно подсчитать как

$$d^2 Q = \frac{E}{\pi} d\omega \, dF \cos \psi . \quad (21.6)$$

Последнее соотношение называют *законом Ламберта* для диффузных излучателей. Доказательство этой формулы простое и следует из определения величин:

$$E = \frac{1}{dF} \int_{\text{полусфера}} d^2 Q = L \int_{\text{полусфера}} d\omega \cos \psi .$$

Интегрирование производится по всем направлениям внутрь контрольной полусферы радиуса  $R$ . Яркость  $L$  выносится за знак интеграла как постоянная для диффузных поверхностей величина. Элементарный телесный угол заменяется, согласно определению, полоской на полусфере, отнесенной к квадрату радиуса (см. Рис. 21.1):

$$d\omega = \frac{dS}{R^2} = \frac{(2\pi R \sin \psi)(R d\psi)}{R^2} ,$$

так что интеграл по полусфере сводится к вычислению табличного интеграла:

$$\int_{\psi=0}^{\pi/2} 2\pi \sin \psi \cos \psi d\psi = \pi ,$$

откуда следует:  $E = L\pi$ .

Полезно пояснить само происхождение термина «яркость». Оно обязано световой аналогии и нашему зрительному восприятию. Если рассматривать святающуюся поверхность под разными углами, то *видимой* величиной поверхности будет  $dF \cdot \cos(\Psi)$ . И если плотность потока излучения, отнесенная к этой *видимой* поверхности, будет одинаковой независимо от угла зрения, то предмет будет казаться одинаково ярким со всех направлений. Следовательно, это – диффузный излучатель.

## 21.2 Классификация потоков излучения. Закон Кирхгофа.

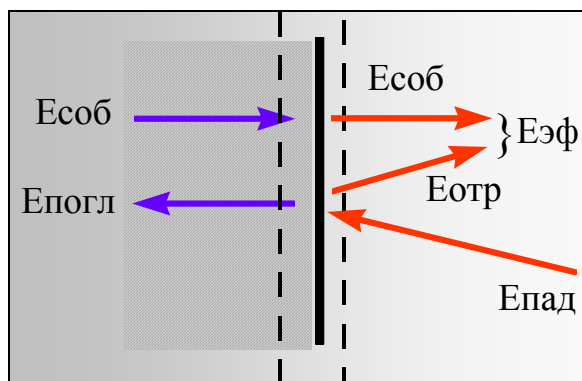


Рис. 21.2. Классификация потоков излучения

Различают собственное ( $E_{\text{соб}}$ ), падающее ( $E_{\text{пад}}$ ), отраженное ( $E_{\text{отр}}$ ), поглощенное ( $E_{\text{погл}}$ ), эффективное ( $E_{\text{эф}}$ ) и результирующее ( $E_{\text{рез}}$ ) излучение. Смысл такой классификации в основном понятен из названий и схемы на Рис. 21.2.

Собственное излучение определяется исключительно температурой самой поверхности и ее радиационными свойствами.

Падающий на непрозрачную поверхность поток частично отражается и частично поглощается:

$$E_{\text{пад}} = E_{\text{отр}} + E_{\text{погл}}, \quad (21.7)$$

$$1 = \frac{E_{\text{отр}}}{E_{\text{пад}}} + \frac{E_{\text{погл}}}{E_{\text{пад}}} \equiv R + A, \quad (21.8)$$

где  $R$  – коэффициент отражения,  $A$  – коэффициент поглощения,  $R, A \leq 1$ .

Тела, для которых коэффициент поглощения равен единице,  $A = 1$ , т.е. тела, полностью поглощающие падающее излучение, называются *абсолютно черными телами*. Не следует слишком доверять аналогии со зрительным восприятием – например, ярко светящаяся поверхность Солнца есть черная поверхность, потому что она полностью поглощает падающее излучение.

Плотность потока эффективного излучения – это полная плотность потока излучения от поверхности тела, складывающаяся из собственного и отраженного излучения:

$$E_{\text{эф}} = E_{\text{соб}} + E_{\text{отр}} = E_{\text{соб}} + R \cdot E_{\text{пад}}. \quad (21.9)$$

Для черной поверхности эффективное излучение равно собственному (черные тела все поглощают и ничего не отражают).

Плотность потока результирующего излучения определяют, записывая баланс потоков для двух контрольных поверхностей, бесконечно близких к реальной поверхности тела:

с наружной стороны:

$$E_{рез} = E_{эф} - E_{пад}, \quad (21.10)$$

с внутренней стороны:

$$E_{рез} = E_{соб} - E_{погл} = E_{соб} - A \cdot E_{пад}. \quad (21.11)$$

Результирующий поток считается положительным, если он направлен от поверхности наружу.

Эти простые балансовые соотношения мы будем часто использовать при расчете теплообмена излучением между телами.

Все предыдущие соотношения справедливы также для спектральных величин. Например, последняя формула может быть записана в виде

$$E_{рез\lambda} = E_{соб\lambda} - E_{погл\lambda} = E_{соб\lambda} - A_{\lambda} \cdot E_{пад\lambda}, \quad (21.12)$$

где  $A_{\lambda}$  – спектральный коэффициент поглощения,  $E_{соб\lambda}$  – спектральная плотность собственного потока излучения, и т.д.

### Закон Кирхгофа

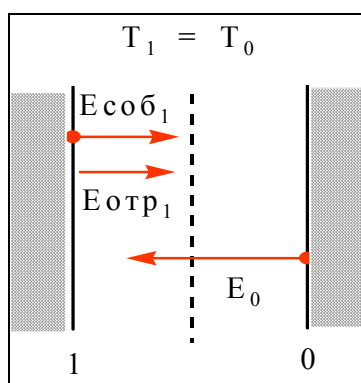


Рис. 21.3. К формулировке закона Кирхгофа.

Рассмотрим состояние теплового равновесия двух бесконечных плоскопараллельных пластин с *одинаковой* температурой (Рис. 21.3). В такой системе все излучение одной пластины попадает на другую, а результирующий поток равен нулю.

Пусть одна из пластин – абсолютно черная. Условимся все величины, относящиеся к черному телу, снабжать индексом «0». Другая поверхность, с индексом «1» – реальная, с коэффициентом поглощения, меньшим единицы. Запишем для пластины 1 соотношение (21.12), учитывая, что *падающее* на пластину 1 излучение – это *собственное* излучение черной пластины и что результирующее излучение равно нулю в равновесной системе:

$$E_{рез\lambda} = (E_{соб\lambda})_1 - (A_\lambda)_1 \cdot (E_{соб\lambda})_0 = 0,$$

откуда и следует формулировка *закона Кирхгофа*:

$$(E_{соб\lambda})_1 = (A_\lambda)_1 \cdot E_{0\lambda} \quad (21.13)$$

*при одинаковой температуре тел*

Обозначение  $E_{0\lambda}$  и  $E_0$  (с нулевым индексом) используются в дальнейшем соответственно для спектральной и интегральной плотности потока излучения абсолютно черного тела.

Закон Кирхгофа утверждает, что черные тела не только абсолютные поглотители излучения (по определению), но и абсолютные излучатели. Действительно, коэффициент поглощения в уравнении (21.1) не может быть больше единицы. Его максимальное значение – единица – имеет место как раз для черных тел. Черные тела – максимальные излучатели при заданной температуре.

Следует отметить еще одно важное свойство черных тел: *они являются диффузными излучателями* и для них всегда справедлив закон Ламберта (21.6).

Спектральный коэффициент поглощения реальных тел  $A_\lambda$  является функцией температуры и, в той или иной степени, длины волны. Однако для большинства технических материалов с шероховатыми и окисленными поверхностями можно считать коэффициент поглощения практически постоянным в достаточно широком диапазоне длин волн (при фиксированной температуре). Обобщением этого свойства является *модель серого тела* с постоянным (не зависящим от длины волны излучения) коэффициентом поглощения. В этом случае значения спектрального и интегрального коэффициентов поглощения одинаковы:  $A = A_\lambda = \text{const}$ .

Для интегрального (проинтегрированного по всем длинам волн) излучения закон Кирхгофа записывается в виде:

$$E_{соб1} = A_1 \cdot E_0 \quad \text{при одинаковой температуре тел} \quad (21.14)$$

Коэффициент поглощения существенно зависит от температуры. Это величина, значения которой следует выбирать из справочных таблиц, полученных на основе обобщения опытных данных для различных материалов, состояния поверхности и температуры.

### 21.3 Законы излучения абсолютно черного тела

**Закон Планка.** Классическая физика объясняет возникновение теплового излучения тем, что при *тепловом движении* заряженные частицы вещества движутся с *ускорением* и, следовательно, излучают. Таким образом, внутренняя энергия превращается в энергию электромагнитного излучения. Моделью классической физики был заряженный осциллятор (например, колеблющийся электрон) с энергией, равной энергии теплового движения ( $kT$ , где  $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – абсолютная температура), теряющий за единицу времени вследствие излучения энергию и поглощающий такую же энергию излучения, чтобы остаться в условиях равновесия.

Однако соответствующая количественная теория потерпела принципиальную неудачу, приведя к так называемой «ультрафиолетовой катастрофе»: излучение бесконечно возрастало на коротких волнах и общее количество излучаемой энергии обращалось в бесконечность.

Правильная теория теплового излучения основана на квантовомеханических представлениях, введенных Планком, согласно которым осциллятор (электрон, молекула) может иметь только *дискретные* уровни энергии, отстоящие друг от друга на величину, равную произведению постоянной Планка на собственную частоту осциллятора:

$$\hbar\omega_0.$$

Вероятность нахождения на каком-либо дискретном уровне  $n$  пропорциональна множителю

$$\exp(-n\hbar\omega_0 / kT).$$

Осредненная с этими вероятностями энергия есть

$$\frac{\hbar\omega}{\exp(\hbar\omega/kT) - 1}.$$

По сравнению с классическим выражением, т.е.  $kT$ , имеется принципиальное различие: на больших частотах (коротких волнах) энергия резко уменьшается из-за большого экспоненциального множителя в знаменателе. И только для малых частот (длинных волн) классическое и квантовое представление совпадают. Заметим, что круговая частота и длина волны связаны уравнением:

$$\omega = 2\pi c / \lambda,$$

где  $c$  – скорость света.

Закон Планка устанавливает зависимость спектральной плотности потока излучения черного тела от длины волны и абсолютной температуры:

$$E_{0\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(C_2/\lambda T) - 1}, \quad (21.15)$$

где  $C_1 = 3,7412 \cdot 10^{-16} \text{ Вт} \cdot \text{м}^2$  и  $C_2 = 1,4388 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{К}$  – абсолютные константы, составленные из скорости света, постоянных Больцмана и Планка. Графическое представление закона Планка дано на Рис. 21.4.

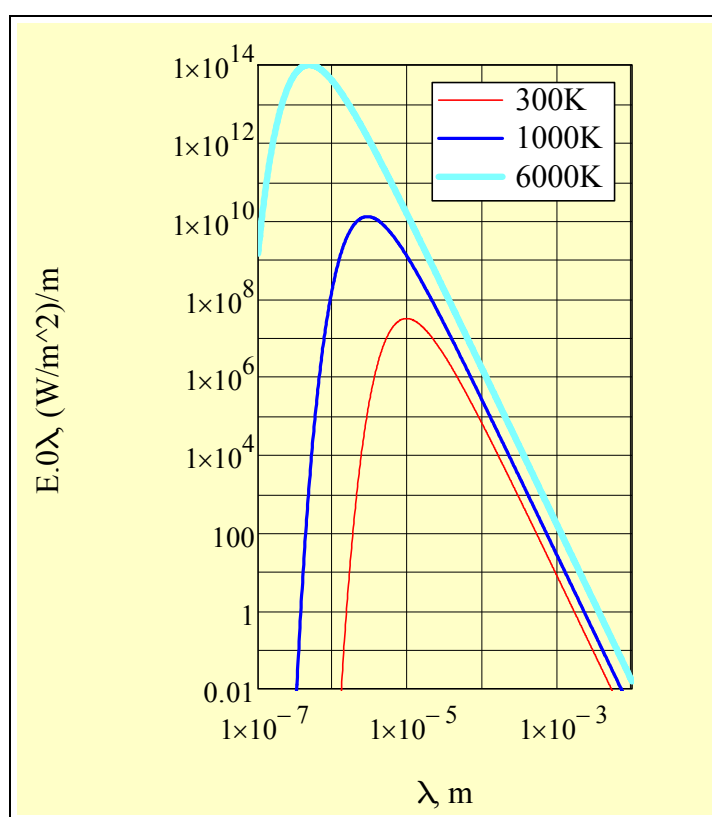


Рис. 21.4. Спектральная плотность потока излучения абсолютно черного тела при различных температурах

Как видно из графиков на Рис. 21.4, с увеличением температуры растет уровень излучения на всех длинах волн и происходит сдвиг максимума излучения в сторону коротких волн. Положение максимумов излучения можно определить обычным способом, дифференцируя выражение закона Планка (21.15) по длине волны и приравнивая производную нулю. В результате получают **закон смещения Вина**:

$$\lambda_{\text{макс}} = \frac{2,898 \cdot 10^{-3}}{T}, \text{ м.} \quad (21.16)$$

Закон Планка (21.15) позволяет рассчитать собственное излучение тел при разных температурах и на разных длинах волн. Проиллюстрируем



приложения закона Планка при проектировании установок солнечной энергетики. Самые распространенные приемники солнечного излучения – это просто ящики с черным дном, закрытые стеклом. Высокотемпературное (6000К) солнечное излучение имеет максимум в коротковолновой световой области (0,4÷0,7мкм), и прозрачное в этой области стекло свободно пропускает излучение внутрь приемника. Обратное излучение – низкотемпературное (например, при 350 К) длинноволновое с максимумом на длине волны излучения примерно 10мкм. Для такого обратного инфракрасного излучения стекло непрозрачно. Солнечное излучение оказывается в ловушке, и температура в приемнике повышается. Посредством подбора материалов и покрытий с целью максимально использовать различие в длинах волн поступающего и уходящего излучения стремятся повысить эффективность таких устройств.

С помощью закона Планка астрофизики измеряют температуру звезд, сопоставляя спектры их излучения с Планковским спектром при различных температурах.

#### **Закон Стефана-Больцмана**

Если проинтегрировать выражение закона Планка (21.15) по всем длинам волн, то получится величина плотности потока излучения черного тела как функция температуры:

$$E_0 = \int_0^{\infty} E_{0\lambda}(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4, \text{ Вт/м}^2, \quad (21.17)$$

где  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2\text{К}^4)$  – постоянная Стефана-Больцмана.

Это главное следствие закона Планка, известное как *закон Стефана-Больцмана*: излучение черного тела увеличивается пропорционально четвертой степени абсолютной температуры.

#### **21.4 Излучение и поглощение нечерных тел**

В соответствии с законом Кирхгофа (21.13), (21.14), черные тела излучают максимальное количество энергии при заданной температуре. Для расчета собственного излучения реальных (нечерных) тел вводят понятие степени черноты:

для спектральной плотности потока излучения:

$$E_{\text{соб}\lambda}(\lambda, T) = \varepsilon_{\lambda} \cdot E_{0\lambda}(\lambda, T) \quad (21.18)$$

для плотности потока излучения:

$$E_{\text{соб}}(T) = \varepsilon \cdot E_0(T) = \varepsilon \cdot \sigma T^4. \quad (21.19)$$

Сопоставим эти определения с выражениями закона Кирхгофа, соответственно (21.18) с (21.13) для спектральных характеристик и (21.19) с (21.14) – для интегральных. Результат очевиден:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\lambda} &= A_{\lambda} \text{ для одной и той же длины волны и при одинаковых} \\ &\text{температурах} \\ \varepsilon &= A \text{ для серых тел и при одинаковых температурах} \end{aligned} \quad (21.20)$$

$$\varepsilon_{\lambda}, \varepsilon \leq 1.$$

Спектральные величины степени черноты и коэффициента поглощения равны, независимо от того, каковы спектры излучения и поглощения – черные, серые или полосовые.

Интегральные характеристики, строго говоря, равны только для модели серых тел, т.е. для случая, когда спектральные значения степени черноты и коэффициента поглощения *не зависят* от длины волны. Пусть, например некоторое *не серое* тело излучает и поглощает только вблизи длины волны 10 мкм, а падающее излучение имеет длину волны вблизи 1 мкм. Тогда рассматриваемое тело вообще ничего не будет поглощать: излучение на длине волны 1 мкм будет полностью отражаться. Такова ситуация, например, со снегом. В справочнике можно найти значение степени черноты снега, равное примерно 0,8. Но если воспользоваться этим значением как коэффициентом поглощения для *солнечного* излучения, то будет сделана грубая ошибка. В действительности коротковолновое тепловое излучение Солнца (свет) практически не поглощается снежным покровом. Поэтому чистый снег весной в деревне долго не тает, по сравнению с загрязненным городским снегом. Вообще на Земле довольно холодно потому, что большие пространства заняты хорошо отражающим солнечное излучение снежным покровом. Упомянутая выше возможная ошибка связана с тем, что в справочнике дано среднее значение (0,8) степени черноты (или коэффициента поглощения) для длинноволнового инфракрасного (низкотемпературного) диапазона, в котором даже чистый снег действительно хорошо поглощает тепловое излучение (скажем, излучение низких теплых дождевых облаков).

В инженерных расчетах теплообменных устройств ради упрощения практически всегда считают тела серыми. В целом это оправданное приближение, поскольку рассматривается не слишком широкий диапазон температур (500÷1500 К) и технические поверхности – почти всегда шероховатые и окисленные. Тем не менее следует помнить об обсуждавшихся ограничениях, чтобы избежать грубых ошибок в специальных ситуациях.

**Основные результаты.** Соберем основную информацию, которой мы будем пользоваться в дальнейшем, полагая, что тела, принимающие участие в теплообмене излучением, являются серыми диффузными излучателями и отражателями.

Закон Ламберта:

$$d^2 Q = \frac{E}{\pi} d\omega dF \cos \psi . \quad (21.6)$$

Соотношения между потоками излучения:

$$E_{\text{эф}} = E_{\text{соб}} + E_{\text{отр}} = E_{\text{соб}} + R \cdot E_{\text{пад}} . \quad (21.9)$$

$$E_{\text{рез}} = E_{\text{эф}} - E_{\text{пад}} , \quad (21.10)$$

$$E_{\text{рез}} = E_{\text{соб}} - E_{\text{погл}} = E_{\text{соб}} - A \cdot E_{\text{пад}} . \quad (21.11)$$

Закон Стефана-Больцмана для излучения черного тела:

$$E_0 = \sigma T^4 , \text{ Вт/м}^2 . \quad (21.17)$$

Расчет излучения и поглощения серых тел:

$$E_{\text{соб}}(T) = \varepsilon \cdot E_0(T) = \varepsilon \cdot \sigma T^4 . \quad (21.19)$$

$\varepsilon = A$  (для серых тел и при одинаковых температурах).

