

23 Теплообмен излучением в системе с излучающим и поглощающим газом

23.1 Расчет излучения и поглощения газов

Количественной характеристикой потока излучения в газовом объеме является *спектральная интенсивность излучения*:

$$I_{\lambda} \equiv \frac{d^2 Q_{\lambda}}{dF_n d\omega}, \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ м ср}). \quad (23.1)$$

Согласно этому определению, спектральная интенсивность есть поток излучения в единичном интервале длин волн, отнесенный к единице контрольной площадки, нормальной к направлению излучения, и единице телесного угла, внутри которого распространяется излучение (Рис. 23.1).

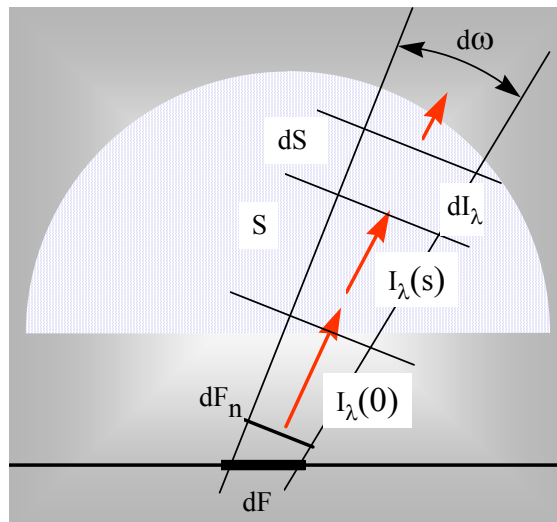


Рис. 23.1. Поглощение излучения в газе.

Поглощения излучения в газе. Проследим за тем, как изменяется величина интенсивности излучения вдоль длины пути луча вследствие поглощения фотонов на молекулах газа. Пусть s – расстояние, отсчитываемое от сечения, в котором задано начальное значение потока. Выделим элементарный контрольный объем толщиной ds и выпишем выражение для поглощенного в этом объеме излучения:

$$\frac{dI_{\lambda}}{I_{\lambda}(s)} = -\kappa_{\lambda} ds. \quad (23.2)$$

Это соотношение можно пояснить, используя метафору «стрельбы» наугад: чем больше число мишеней (молекул), тем больше попаданий (актов поглощения фотонов). Вероятность попадания пропорциональна толщине ds , так как чем толще поглощающей слой, тем больше молекул встретится на пути фотона.

Коэффициент κ_{λ} , $1/\text{м}$, называют коэффициентом ослабления луча. Его величина зависит от рода газа, длины волны (в окнах прозрачности $\kappa_{\lambda} = 0$), температуры. Так как с ростом давления газа p пропорционально увеличивается концентрация мишеней–молекул, принято представлять κ_{λ} как произведение:

$$\kappa_{\lambda} = k_{\lambda} \cdot p.$$

Интегрирование соотношения (23.2) дает экспоненциальный закон ослабления интенсивности по ходу луча за счет поглощения (закон Бугера.):

$$I_{\lambda}(s) = I_{\lambda}(0) \exp(-k_{\lambda} ps). \quad (23.3)$$

Величину $1/\kappa_{\lambda}$, имеющую размерность длины, интерпретируют как длину свободного пробега фотона. Если толщина слоя s существенно меньше $1/\kappa_{\lambda}$ (оптически тонкий слой газа), то излучение практически не поглощается (см. формулу (23.3)). В продуктах сгорания длина свободного пробега по порядку составляет 10^{-1}м .

Используя формулу (23.3), можно вычислить коэффициенты поглощения и пропускания слоя газа конечной толщины:

$$A_{\lambda\Gamma} \equiv \frac{I_{\lambda}(0) - I_{\lambda}(s)}{I_{\lambda}(0)} = 1 - \exp(-k_{\lambda} ps) \quad (23.4)$$

$$D_{\lambda\Gamma} \equiv 1 - A_{\lambda\Gamma} = \exp(-k_{\lambda} ps). \quad (23.5)$$

Закон Кирхгофа для излучения и поглощения в газе. Далее мы хотели бы связать характеристики поглощения и излучения газа, подобно тому как это было сделано для коэффициента поглощения и степени черноты твердых тел. Рассмотрим слой газа и поверхность черного тела, взятые при одной и той же температуре и находящиеся в термодинамическом равновесии (Рис. 23.1). Поскольку никакого результирующего обмена энергией между поверхностью и слоем газа быть не должно, *газ испускает в направлении черной поверхности столько же энергии, сколько им поглощено.*

Поглощенное излучение есть

$$A_{\lambda\Gamma} I_{0\lambda}(T, \lambda), \quad (23.6)$$

где в качестве падающего излучения $I_{\lambda}(0)$ следует понимать теперь интенсивность излучения $I_{0\lambda}(T, \lambda)$ черной площадки dF , Рис. 23.1.

С другой стороны излучение газа мы определяем, вводя понятие степени черноты $\varepsilon_{\lambda\Gamma}$ как доли от излучения черного тела:

$$I_{\lambda\Gamma}(T, \lambda) \equiv \varepsilon_{\lambda\Gamma} I_{0\lambda}(T, \lambda). \quad (23.7)$$

Сравнивая два последних выражения, получаем:

$$\varepsilon_{\lambda\Gamma} = A_{\lambda\Gamma} = 1 - \exp(-k_{\lambda} ps). \quad (23.8)$$

Формулы (23.6), (23.7), (23.8) справедливы для любого направления в пространстве (Рис. 23.1). Если длина пути луча s постоянна во всех направлениях или если мы приближенно заменим ее неким средним значением, то можно переписать эти соотношения в терминах полусферических плотностей потоков излучения E . Итак, поскольку черное тело – диффузный излучатель, для которого справедливо выражение

$$I_{0\lambda}(T, \lambda) = \frac{E_{0\lambda}(T, \lambda)}{\pi}, \quad (23.9)$$

и s – постоянное по всем направлениям значение, то полусферическое излучение на поверхности газового объема можно рассчитать как

$$\begin{aligned} E_{\lambda\Gamma}(T, \lambda) &= \varepsilon_{\lambda\Gamma} E_{0\lambda}(T, \lambda) \\ \varepsilon_{\lambda\Gamma} &= 1 - \exp(-k_{\lambda} ps), \end{aligned} \quad (23.10)$$

где $E_{0\lambda}(T, \lambda)$, Вт/(м²м) – спектральная плотность потока излучения черного тела, определяемая законом Планка, $E_{\lambda\Gamma}(T, \lambda)$, Вт/(м²м) – спектральная плотность потока излучения газа на поверхности газового объема.

Средняя длина пути луча. В практических расчетах требуется знать степень черноты некоторого объема газа, ограниченного, например, стенками камеры сгорания. Длина пути луча будет различной по разным направлениям, поэтому необходима операция осреднения. Примем в качестве основных геометрических параметров излучающего газового облака его объем V и поверхность F . Тогда характерный линейный размер определится из соображений размерности как отношение величины объема к площади ограничивающей поверхности:

$$s = C \frac{V}{F}. \quad (23.11)$$

Недостающее значение безразмерного коэффициента C определяется так, чтобы это выражение было справедливым для простейшего трехмерного объекта – сферы.

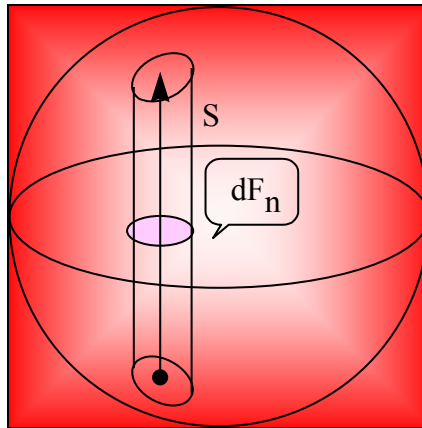


Рис. 23.2. Вычисление средней длины пути луча

Найдем среднюю длину пути луча для сферы. Прямой способ состоит в следующем: необходимо взять малую площадку на поверхности сферы и усреднить расстояние до границы, двигаясь в разных направлениях. Однако проще поступить по другому. Рассмотрим параллельный пучок лучей, исходящих с элементов нижней полусферы и достигающих соответствующих элементов верхней полусферы (Рис. 23.2), и усредним соответствующие значения s :

$$\bar{s} = \frac{\int s dF_n}{\int dF_n} = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{\pi R^2} = C \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{4\pi R^2}. \quad (23.12)$$

Ясно, что благодаря полной симметрии результат осреднения для другого направления параллельного пучка будет таким же. Чтобы согласовать определение с прямым вычислением, необходимо положить $C = 4$. Поправочный коэффициент 0,9 улучшает в среднем согласование с точными расчетами для различных форм, поэтому окончательная рекомендация такова:

$$\bar{s} = 3,6 \frac{V}{F}. \quad (23.13)$$

В дальнейшем мы будем всегда под s понимать среднюю длину пути луча, определяемую формулой (23.13).

Модель серого газа. Все приведенные выше соотношения относились к монохроматическому излучению, то есть излучению на данной длине волны. Это естественный подход к анализу излучения и поглощения в газах, поскольку спектр газа полосовой, а не непрерывный, как у твердых тел. Однако для практических расчетов требуется более простое описание. Чаще всего применяется *модель серого газа*, в рамках которой оперируют с суммарным излучением газа E_{Γ} , Вт/м², как с излучением серого тела:

$$E_{\Gamma} = \varepsilon_{\Gamma} E_0 = \varepsilon_{\Gamma} \sigma T_{\Gamma}^4. \quad (23.14)$$

Интегральная степень черноты ε_{Γ} зависит от температуры, концентрации поглощающих газов (таких как трехатомные водяной пар и углекислый газ), размеров газового объема. Проанализируем характер этих зависимостей.

Начнем с анализа излучения одного из компонентов продуктов сгорания – углекислого газа при температуре 1400К. Основные три полосы излучения–поглощения для углекислого газа расположены в следующих интервалах длин волн (Рис. 23.3):

- 1) 2,56–2,88 мкм;
- 2) 4.15–4.76 мкм;
- 3) 9–20 мкм.

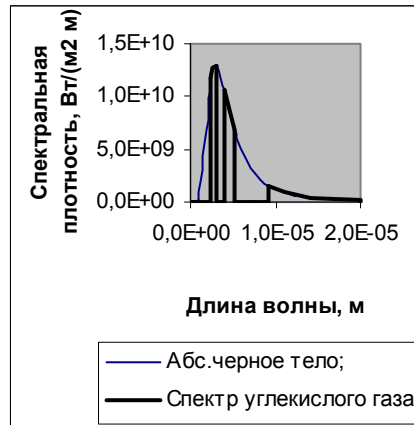


Рис. 23.3. Спектры излучения черного тела и бесконечно толстого слоя углекислого газа при $T=1400\text{К}$

Плотность потока излучения рассчитывают отдельно для каждой полосы спектра, интегрируя (23.10) в указанных интервалах длин волн и принимая коэффициент k_{λ} примерно постоянной величиной внутри каждого интервала ($k_{\lambda} = k_{\lambda i}$):

$$\Delta E_{1\Gamma} = (1 - e^{-k_{\lambda i} \rho s}) \cdot \left(\int_{2,56 \cdot 10^{-6}}^{2,88 \cdot 10^{-6}} E_{0\lambda} d\lambda \right), \text{ Вт/м}^2, \quad (23.15)$$

$$\Delta E_{2\Gamma} = (1 - e^{-k_{\lambda_2} p s}) \cdot \left(\int_{4.15 \cdot 10^{-6}}^{4.76 \cdot 10^{-6}} E_{0\lambda} d\lambda \right), \text{ Вт/м}^2, \quad (23.16)$$

$$\Delta E_{3\Gamma} = (1 - e^{-k_{\lambda_3} p s}) \cdot \left(\int_{9 \cdot 10^{-6}}^{20 \cdot 10^{-6}} E_{0\lambda} d\lambda \right), \text{ Вт/м}^2, \quad (23.17)$$

где первые множители в слагаемых правой части есть спектральные значения степени черноты газа:

$$(1 - e^{-k_{\lambda_i} p s}) = \varepsilon_{\lambda_i}.$$

Интегралы в правых частях показывают, сколько энергии излучает черное тело в каждой полосе. Экспоненциальные множители учитывают зависимость от длины пути луча и изменяются в пределах от 0 до 1. Если s велико, то газ *в своих полосах* излучает как черное тело (Рис. 23.3).

При заданном s может получиться так, что, скажем, во второй полосе из-за большой величины коэффициента ослабления k_{λ_2} газ излучает уже как черное тело – его спектральная степень черноты достигает единицы, а в других полосах значения спектральной степени черноты еще далеки от этого максимального значения (Рис. 23.4).

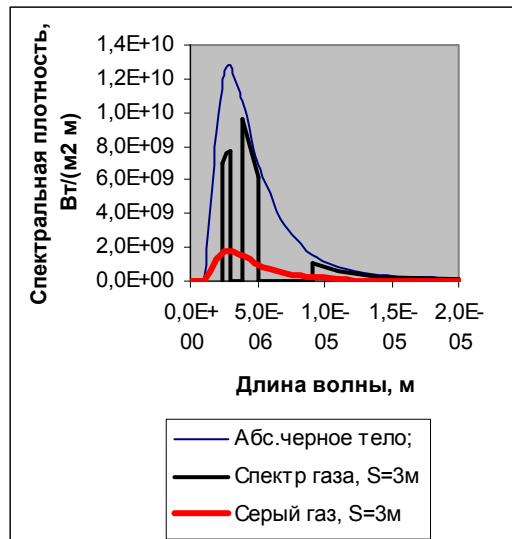


Рис. 23.4. Излучение слоя газ конечной толщины в полосах спектра и по модели серого газа.

Рассчитаем теперь интегральную степень черноты, для чего необходимо просуммировать излучение газа во всех полосах и разделить результат на интегральное излучение черного тела при той же температуре:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\Gamma} &\equiv \frac{\Delta E_{1\Gamma} + \Delta E_{2\Gamma} + \Delta E_{3\Gamma}}{\sigma T^4} = \\ &= (1 - e^{-k_{\lambda,1}ps}) \cdot \frac{18799}{217819} + (1 - e^{-k_{\lambda,2}ps}) \cdot \frac{14452}{217819} + (1 - e^{-k_{\lambda,3}ps}) \cdot \frac{9340}{217819} \end{aligned} \quad (23.18)$$

Числовые множители показывают доли излучения черного тела в полосах спектра газа. При $s \rightarrow \infty$, то есть для больших объемов газа (оптически толстых слоев газа), все сомножители в скобках, т.е. спектральные значения степени черноты, обращаются в единицу, поэтому:

$$\varepsilon_{\Gamma\infty} = \frac{18799 + 14452 + 9340}{217819} \approx 0.2. \quad (23.19)$$

Это максимально возможное значение для углекислого газа при заданной температуре (1400К). Оно существенно меньше единицы, так как газ излучает только в отдельных полосах спектра.

Излучение газа как серого тела представлено на Рис. 23.4 в виде нижней непрерывной кривой: площадь под этой кривой такая же, как площадь в полосах излучения газа.

Формула (23.18) объясняет влияние основных факторов на степень черноты газа. Влияние температуры проявляется главным образом через $\varepsilon_{\Gamma\infty}$. При повышении температуры спектр черного тела смещается в сторону коротких волн, а полосы излучения газа остаются примерно на прежнем месте. Поэтому доля излучения углекислого газа от излучения черного тела изменяется: она достигает максимума при такой температуре (примерно 1000К), когда полосы газа расположены вблизи максимума излучения черного тела.

Объемный характер излучения газа проявляется в экспоненциальных сомножителях (23.18), то есть в выражениях для *спектральной* степени черноты. Чем больше размеры объема (то есть чем больше длина пути луча) и чем больше парциальное давление поглощающего газа, тем больше степень черноты газа, пока не достигается предельное значение $\varepsilon_{\Gamma\infty}$.

Формула (23.18) дает хорошую основу для расчета степени черноты газа. Однако при этом необходима подробная информация о спектральных характеристиках излучения газа, таких как коэффициенты ослабления луча в различных полосах спектра, ширина полос в зависимости от температуры. В общем, следует признать, что такая методика пока недостаточно приспособлена для оперативных инженерных расчетов.

Поэтому на практике предпочитают непосредственно обращаться к специальным номограммам, построенным на основе многочисленных экспериментов по измерению интегральных характеристик излучения газов.

Для индивидуальных газов, таких как H_2O , CO_2 , CO , SO_2 , номограммы представляют зависимости:

$$\varepsilon_T = f(ps, T).$$

Для смеси поглощающих излучение газов, например, углекислого газа и водяного пара, необходимо сложить индивидуальные значения степеней черноты.

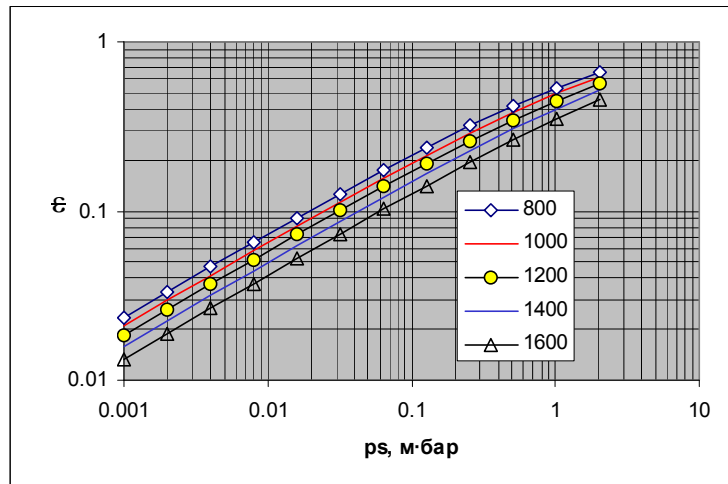


Рис. 23.5. Степень черноты газообразных продуктов сгорания при различных температурах ($p_{H_2O} = 0,18$ бар, $p_{CO_2} = 0,09$ бар).

При машинных расчетах более удобна следующая аппроксимация для смеси углекислого газа и паров воды (Рис. 23.5):

$$\varepsilon_T = 1 - \exp(-K \cdot ps), \tag{23.20}$$

$$K = 0,8 \frac{1 + 2p_{H_2O}}{\sqrt{ps}} \left(1 - 0,38 \frac{T_T}{1000}\right),$$

где

$$p = p_{H_2O} + p_{CO_2}$$

есть сумма парциальных давлений водяного пара и углекислого газа, бар ($1\text{бар} = 10^5$ Па).

Как всегда при использовании эмпирических формул, следует соблюдать ограничения на область их применимости. В данном случае они таковы:

$$p_{\text{CO}_2} s = 8 \cdot 10^{-3} \div 1,6 \text{ м} \cdot \text{бар} \quad (23.21)$$

$$p_{\text{H}_2\text{O}} s = 4 \cdot 10^{-3} \div 1,3 \text{ м} \cdot \text{бар} \quad (23.22)$$

$$p_{\text{H}_2\text{O}} / p_{\text{CO}_2} = 0,2 \div 2 \quad (23.23)$$

$$T_r = 750 \div 1950 \text{ К} . \quad (23.24)$$

Например, можно допустить существенную ошибку при слишком больших значениях ps , где формула (23.20) дает асимптотическое значение, равное единице. Мы видели выше, что это не так: в числовом примере предельное значение для углекислого газа составило всего 0,2.

При анализе теплообмена излучением в камерах сгорания (см. следующий раздел) необходимо рассчитывать ослабление излучения от стенок при прохождении через объем газа. Коэффициент пропускания в рамках модели серого газа рассчитывают по формуле:

$$D_r = 1 - A_r = 1 - \varepsilon_r . \quad (23.25)$$

Напомним, что модель серого газа с использованием осредненных по спектру коэффициентов ε_r , A_r является сугубо приближенной методикой расчета. Некоторые уточнения вводятся на основе качественного анализа реальной картины. Например, в действительности коэффициент поглощения газа A_r должен зависеть от *спектрального состава* падающего излучения. Так, излучение высокотемпературной стенки (на коротких волнах) будет слабо поглощаться относительно холодным газом (с полосами поглощения на длинных волнах). Чтобы приближенно учесть это обстоятельство, рекомендуется (при температуре стенки, большей чем температура газа) определять коэффициент поглощения газа по температуре стенки. Однако в рамках модели серого газа радикально решить подобные проблемы нельзя. Лучшим выходом было бы рассчитывать явления излучения и поглощения отдельно в полосах излучения–поглощения и в окнах прозрачности и затем суммировать результирующие потоки. Однако, по-видимому, должно пройти время, прежде чем исследователи подготовят для практических инженеров достаточно простые и надежные методики расчета спектральных характеристик газов и их смесей.

23.2 Радиационно–конвективный теплообмен в камере сгорания

Продукты сгорания органического топлива, например природного газа, содержат в значительной концентрации углекислый газ и водяной пар.

Излучение и поглощение в такой среде – это существенные эффекты, которые необходимо учесть при расчете теплообмена в камерах сгорания, таких как топки парогенераторов электростанций, котлы–утилизаторы для использования теплоты уходящих газов различных теплотехнологических установок и т.п.. Уровень температуры газа в объеме определяется балансом между теплотой сгорания топлива и теплоотводом к тепловоспринимающим поверхностям, таким как экраны труб, внутри которых протекает рабочее тело. В зависимости от уровня температуры газа изменяется соотношение между переносом теплоты излучением и конвекцией.

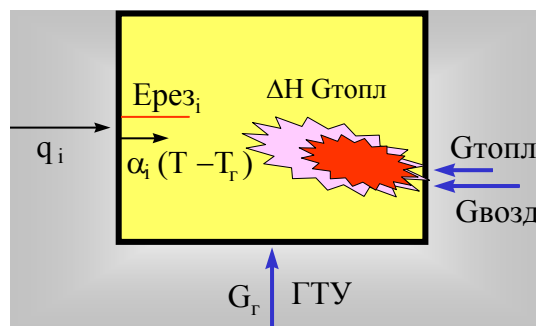


Рис. 23.6. Радиационно–конвективный теплообмен в камере сгорания.

Начнем с анализа радиационного теплообмена и рассмотрим замкнутую систему N изотермических поверхностей, ограничивающих объем, заполненный излучающим и поглощающим газом при температуре T_r (Рис. 23.6). Предполагается, что газ в камере сгорания хорошо перемешан, так что его температура T_r примерно постоянна по объему. Температуры поверхностей T_i также заданы. Требуется рассчитать радиационный теплообмен в такой системе, то есть найти плотности результирующего потока излучения $E_{рез_i}$ на каждой поверхности.

В целом последующие вычисления аналогичны тем, что были выполнены в гл. 22 для диатермичной среды, но будут отличаться от них в двух отношениях. Необходимо учесть теперь

- 1) излучение газа на ограничивающие поверхности и
- 2) частичное поглощение в газовом объеме радиационных потоков, отправляющихся с одной поверхности на другую.

Система уравнений радиационного теплообмена при заданных температурах газа и поверхностей. В основе расчета лежат очевидные соотношения для твердых поверхностей, следующие из определений понятий эффективного, собственного и падающего лучистых потоков:

$$E_{эф} = E_{соб} + R \cdot E_{пад}, \quad (23.26)$$

$$E_{рез} = E_{эф} - E_{пад} . \quad (23.27)$$

Рассмотрим радиационное взаимодействия фиксированной i -поверхности с какой-либо j -поверхностью. Все излучение j -поверхности есть

$$E_{эф} F_j, \text{ Вт.} \quad (23.28)$$

На i -поверхность отправляется часть этого излучения, определяемая угловым коэффициентом j -поверхности на i -поверхность:

$$E_{эф} F_j \varphi_{ji}, \text{ Вт,} \quad (23.29)$$

но доходит только

$$(E_{эф} F_j \varphi_{ji}) D_r, \text{ Вт,} \quad (23.30)$$

где D_r – коэффициент пропускания газа: $D_r = 1 - A_r$. Здесь мы учли эффект частичного поглощения в газовой среде радиационного потока от стенок.

Плотность потока падающего излучения от одной j -поверхности составит:

$$\frac{E_{эф} F_j \varphi_{ji}}{F_i} D_r, \text{ Вт/м}^2, \quad (23.31)$$

или, с учетом свойства взаимности ($F_j \varphi_{ji} = F_i \varphi_{ij}$),

$$(E_{эф} \varphi_{ij}) D_r . \quad (23.32)$$

Теперь необходимо просуммировать плотности падающего излучения от всех j -поверхностей ($j = 1 \dots N$) и добавить излучение газового объема E_r :

$$E_{пад_i} = E_r + \sum_j E_{эф_j} \cdot \varphi_{ij} \cdot D_r, \quad (23.33)$$

где

$$E_r = \varepsilon_r \sigma T_r^4 .$$

Следовательно, для каждой i -поверхности в соответствии с формулой (23.26) можно записать уравнение:

$$E_{эф_i} = E_{соб_i} + R_i E_{пад_i} = E_{соб_i} + R_i (E_r + \sum_j E_{эф_j} \cdot \varphi_{ij} D_r), \quad (23.34)$$

согласно которому эффективное излучение i -поверхности складывается из собственного и отраженного излучения этой поверхности, причем последнее есть R_i – доля от падающего излучения, обусловленного,

- во-первых, *излучением газа* и,
- во-вторых, эффективным излучением всех j -поверхностей, *ослабленным поглощением в газовой среде*.

Мы получили систему линейных уравнений относительно эффективных потоков излучения, которую можно решить, например, методом исключения Гаусса.

После того как величины $E\text{эф}$ определены для всех поверхностей, рассчитывают плотности результирующего поток излучения, которые определяются в соответствии с формулой (23.27) как разности эффективного и падающего излучения:

$$E_{\text{рез}}_i = E\text{эф}_i - E_{\text{пфд}}_i = E\text{эф}_i - (E_{\Gamma} + \sum_j E\text{эф}_j \cdot \varphi_{ij} D_{\Gamma}). \quad (23.35)$$

В принципе, задача решена, однако полезно представить систему уравнений (23.34) и соотношение для расчета результирующих потоков (23.35) в матричной форме, удобной для вычислений на компьютере.

Используя для отдельно стоящей величины $E\text{эф}$, в уравнениях (23.34) и (23.35) тождество

$$E\text{эф}_i \equiv \sum_j E\text{эф}_j \delta_{ij}, \quad (23.36)$$

где δ_{ij} – символ Кронекера, и приводя подобные члены, получим:

$$\sum_j E\text{эф}_j \cdot (\delta_{ij} - R_i \varphi_{ij} D_{\Gamma}) = E_{\text{соб}}_i + R_i E_{\Gamma} \quad (23.37)$$

$$E_{\text{рез}}_i = \sum_j E\text{эф}_j (\delta_{ij} - \varphi_{ij} D_{\Gamma}) - E_{\Gamma}. \quad (23.38)$$

Эквивалентная матричная запись выглядит следующим образом:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{E}\text{эф} = \mathbf{B}, \quad (23.39)$$

$$\mathbf{E}_{\text{рез}} = \mathbf{D} \cdot \mathbf{E}\text{эф} - E_{\Gamma}. \quad (23.40)$$

Элементы матриц и вектора правой части рассчитываются по формулам:

$$a_{ij} = \delta_{ij} - R_i \varphi_{ij} D_{\Gamma}; \quad b_i = E_{\text{соб}}_i + R_i E_{\Gamma}; \quad (23.41)$$

$$d_{ij} = \delta_{ij} - \varphi_{ij} D_{\Gamma}; \quad (23.42)$$

$$E_{\text{соб}}_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4; \quad E_{\Gamma} = \varepsilon_{\Gamma} \sigma T_{\Gamma}^4. \quad (23.43)$$

Коэффициент отражения для серых поверхностей вычисляется как

$$R_i = 1 - \varepsilon_i. \quad (23.44)$$

Степень черноты газа ε_Γ рассчитывают в соответствии с рекомендациями предыдущего параграфа, например, по формуле (23.20).

Коэффициент пропускания газа, согласно определению, есть:

$$D_\Gamma = 1 - A_\Gamma, \quad (23.45)$$

где A_Γ – коэффициент поглощения газа. В рамках *серого* приближения последний определяется соотношением:

$$A_\Gamma(T) = \varepsilon_\Gamma(T), \quad (23.46)$$

и здесь мы сталкиваемся с некоторой неопределенностью при выборе температуры отнесения T , поскольку газ в действительности не является серым телом (см. заключительные замечания в предыдущем параграфе). На основе правдоподобных качественных рассуждений можно сделать следующие рекомендации. Если температура газа выше температуры ограждающих поверхностей (как в камерах сгорания), то коэффициент поглощения

$$A_\Gamma = \varepsilon_\Gamma(T_\Gamma),$$

поскольку спектр потоков излучения будет определяться в основном высокотемпературным излучением газа. Если же температура газа меньше температуры стенок T_j , то коэффициент поглощения

$$A_\Gamma = \varepsilon_\Gamma(T_j). \quad (23.47)$$

Мы закончили формулировку задачи для расчета результирующих потоков излучения *при заданных температурах поверхностей*. Преимущества такой постановки состоят в том, что, во-первых, радиационные потоки рассчитываются независимо от того, имеют место дополнительные конвективные потоки или нет, и, во-вторых, вычислительные процедуры оказываются простыми и быстрыми благодаря линейности задачи. Теперь мы переходим к более реалистичной постановке, когда температуры могут быть заранее неизвестны и требуются некоторые дополнительные условия для их определения.

Граничные условия. Плотность теплового потока q_i , подводимого извне в систему, определяется уравнением:

$$q_i = E_{рез_i} + \alpha_i(T_i - T_\Gamma), \quad (23.48)$$

согласно которому теплота, подводимая извне (левая часть) отводится от i -поверхности посредством излучения (первое слагаемое справа) и конвекцией (второе слагаемое). За положительное направление потоков в (23.48) выбрано направление «внутри камеры сгорания». Например, если в результате расчета получилось $E_{рез} > 0$, то результирующий поток

излучения направлен от рассматриваемой поверхности внутрь камеры сгорания. Знак указывает направление потока, которое может быть различным в зависимости от соотношения температур газа и стенок.

Чаще всего на практике бывает задана (средняя) температура $T_{нар,i}$ внешнего теплоносителя и коэффициент теплоотдачи $\alpha_{нар,i}$ с внешней стороны i -поверхности, так что

$$q_i = \alpha_{нар,i}(T_{нар,i} - T_i).$$

Тогда уравнение (23.48) переписывается в виде

$$\alpha_{нар,i}(T_{нар,i} - T_i) = Eрез_i + \alpha_i(T_i - T_{\Gamma}). \quad (23.49)$$

Например, $T_{нар}$ – температура кипения воды в трубах экранной поверхности парогенератора, $\alpha_{нар}$ – коэффициент теплоотдачи при кипении в трубах, или, соответственно, средняя температура перегретого пара в пароперегревателе и коэффициент теплоотдачи при течении перегретого пара в трубе.

23.3 Компьютерная модель

Алгоритм решения задач. Система уравнений ((23.37) или (23.39)) для эффективных потоков излучения содержит значения температур поверхностей, которые сами могут быть неизвестными. Решение этой проблемы *в принципе* уже найдено: следует записать дополнительные уравнения – граничные условия вида (23.49) для тех i -поверхностей, на которых температуры не заданы в явной форме. Это создает вычислительные трудности двойного характера. Во-первых, число уравнений возрастает, во-вторых – расширенная система уравнений становится нелинейной. Действительно, в систему уравнений (23.37) искомые значения температуры входят в четвертой степени, а в граничные условия (23.49) – в первой. Нелинейность системы требует применения компьютерных вычислений.

Алгоритм решения задачи может быть примерно таким. Пусть для какой-либо i -поверхности температура неизвестна. Можно задать некоторое *пробное* значение температуры, решить систему (23.37) для эффективных потоков $Eэф_i$ быстрым методом Гаусса, найти $Eрез_i$ и подставить в граничное условие (23.49). Вряд ли удастся угадать правильное значение температуры стенки с первого раза, поэтому в граничном условии возникнет *невязка*, которую при дальнейших попытках следует уменьшить до нуля (с нужной точностью).

Существуют эффективные стандартные программы (программы оптимизации для одной и многих переменных), которые осуществляют поиск не вслепую, а разумно, двигаясь в сторону наискорейшего уменьшения невязки. Такие программы имеются в системах инженерных вычислений, например, в Mathcad.

В результате решения задачи становятся известными температуры и тех поверхностей, на которых были заданы граничные условия вида (23.48) или (23.49). Следовательно, можно вычислить конвективные потоки тепла на каждой из поверхностей

$$\alpha_i(T_i - T_\Gamma)$$

и полные потоки тепла q_i , включая радиационную и конвективную составляющие, по формуле (23.48).

Определение расхода топлива. В качестве факультативного дополнения, в заключение кратко рассмотрим вопрос о расходе топлива в камере сгорания (Рис. 23.6) котла–утилизатора, использующего низкопотенциальное тепло уходящих газов, которое часто просто сбрасывается в окружающую среду. Например, газовая турбина применяется как привод для компрессора, перекачивающего газ по магистральному газопроводу, а выхлоп газа с температурой примерно пятьсот градусов можно направить в котел–утилизатор (Рис. 23.6) для организации теплоснабжения и дополнительной выработки электроэнергии. Чтобы поднять уровень температур, целесообразно дополнительное сжигание газа в котле–утилизаторе.

Расчет проведем на основе теплового баланса, согласно которому суммарный (радиационно–конвективный) *теплоотвод* к стенкам равен изменению энтальпии потоков, поступающих в камеру сгорания при температурах, обозначения которых снабжены штрихом, и далее при сгорании хорошо перемешанных при температуре T_Γ :

$$Q_{пов} = \left\{ G_{топл} (c_{p_топл} T'_{топл} + \Delta H) + \right. \\ \left. + G_{возд} c_{p_возд} T'_{возд} + G_\Gamma c_{p\Gamma} T'_\Gamma \right\} - \\ - \left\{ (G_{топл} + G_{возд} + G_\Gamma) c_{p\Gamma} T_\Gamma \right\} \quad (23.50)$$

или

$$G_{топл} = \frac{Q_{пов} - G_{возд} c_{p_возд} T'_{возд} - G_\Gamma c_{p\Gamma} T'_\Gamma + (G_{возд} + G_\Gamma) c_{p\Gamma} T_\Gamma}{(c_{p_топл} T'_{топл} + \Delta H) - c_{p\Gamma} T_\Gamma} \quad (23.51)$$

Обратите внимание, энтальпия топлива на входе содержит теплоту сгорания ΔH , Дж/(кг топлива). В формуле фигурируют также расходы и удельные теплоемкости выхлопа газовой турбины G_Γ , газового топлива $G_{топл}$ и воздуха $G_{возд}$ как окислителя (Рис. 23.6).

Теплоотвод от газа к стенкам $Q_{пов}$ рассчитывается как сумма тепловых потоков на поверхностях с обратным знаком (так как по принятому ранее соглашению положительное направление тепловых потоков – внутрь камеры сгорания):

$$Q_{\text{пов}} = -\sum_N q_i F_i, \text{ Вт}, \quad (23.52)$$

где $F_i, \text{ м}^2$ – площади поверхностей, ограничивающих камеру сгорания.

Итак, чтобы поддерживать температуру в камере сгорания на заданном уровне T_G в условиях, когда теплота от газа отдается тепловоспринимающим поверхностям, необходимо обеспечить определенный расход топлива, величина которого рассчитывается по уравнению баланса (23.51).

Завершая математическую формулировку задачи о камере сгорания, перечислим еще раз использованные идеи и методы:

- учитывалось излучение горячих газов на стенки камеры сгорания и ослабление потоков излучения от одной стенки к другой за счет поглощения в газовом объеме
- при записи граничных условий было принято во внимание, что тепловые потоки, отводимые к тепловоспринимающим поверхностям, обусловлены не только излучением, но и конвекцией от горячих газов к стенкам
- неизвестные температуры поверхностей были найдены с применением алгоритма оптимизации
- с помощью уравнения теплового баланса был определен расход сжигаемого топлива, необходимый для поддержания заданной температуры газа в камере сгорания.

Формулировка задачи оказывается довольно громоздкой и безусловно требующей применения компьютерных вычислений.

Имеется широкий круг практически важных вопросов, которые можно проанализировать, экспериментируя с компьютерной моделью, например:

- Как изменяется температура газа в камере сгорания в зависимости от расхода топлива?
- Каковы тепловые потоки, воспринимаемые трубным экраном и трубами пароперегревателя, в зависимости от температуры в камере сгорания?
- Как влияет соотношение расходов газа из ГТУ, топлива и окислителя на тепловую производительность?
- Каково соотношение между радиационными и конвективными потоками теплоты в зависимости от температуры?

Общее представление о компьютерной модели радиационно-конвективного теплообмена, разработанной в программной среде Visual Basic, можно получить из приведенных ниже экранных копий (Рис. 23.7 – Рис. 23.10). Программа взаимодействует с базой данных, в которой хранятся уже исследованные задачи и которую можно редактировать и пополнять. Ввод данных осуществляется с помощью графического интерфейса, привычного для пользователей Windows. Результаты расчетов представляются в наглядной графической форме.

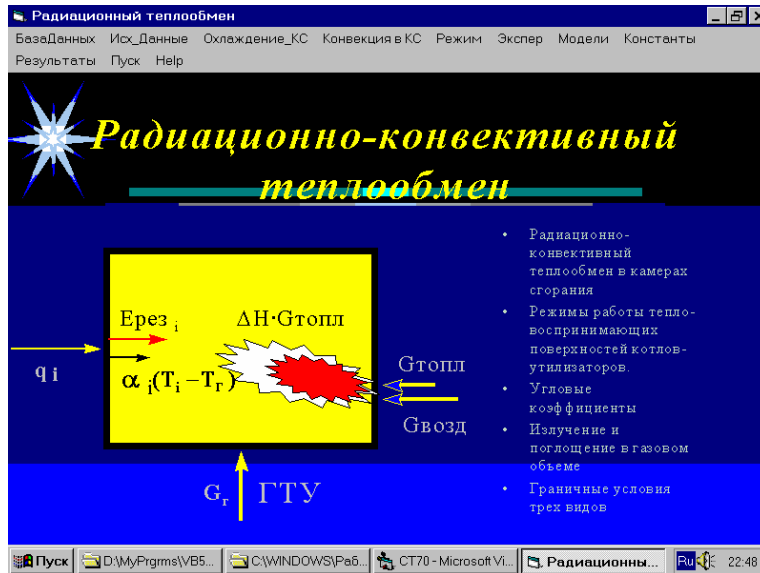


Рис. 23.7. Главное меню программы

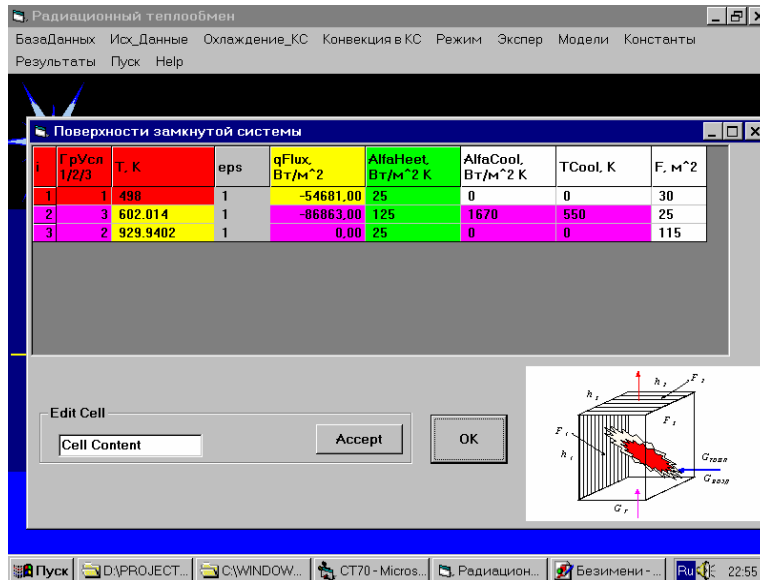


Рис. 23.8. Задание условий на поверхностях камеры сгорания

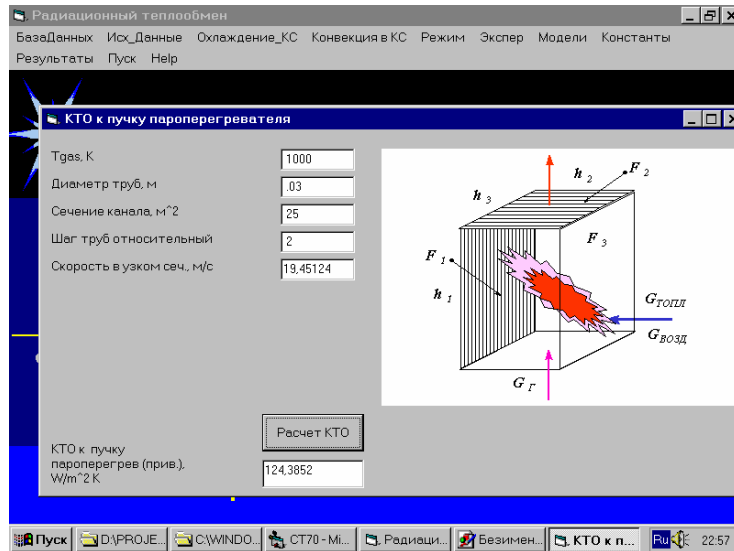


Рис. 23.9. Расчет теплоотдачи к пучку труб пароперегревателя

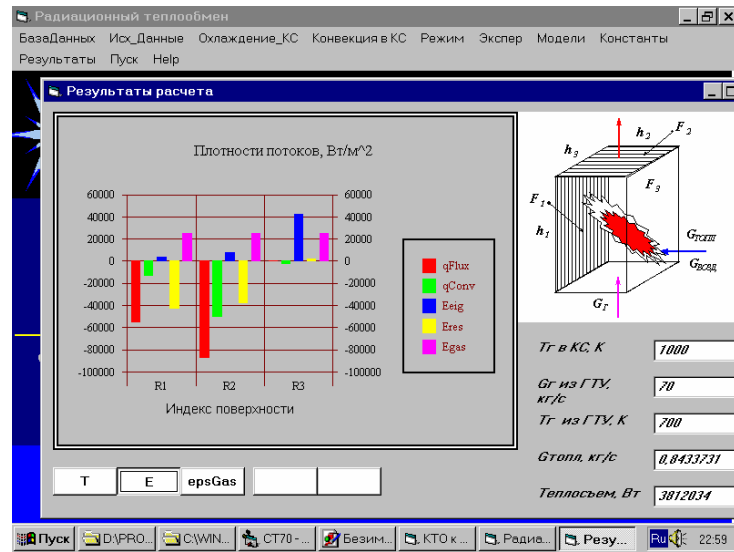


Рис. 23.10. Результаты расчета радиационных и конвективных тепловых потоков на поверхностях камеры сгорания