

## 7 Теплопроводность твэла

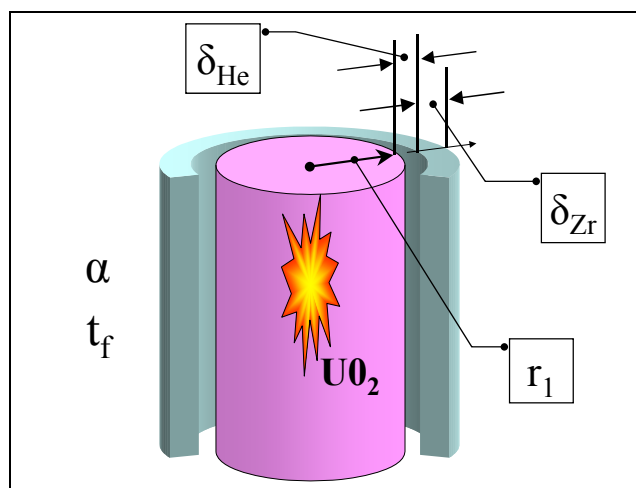


Рис. 7.1. Схематическое изображение твэла

Стержень *тепловыделяющего элемента ядерного реактора* (твэла) собирается из *таблеток* оксида урана. Ядерное топливо заключено в защитную оболочку из циркониевого сплава – материала, слабо поглощающего тепловые нейтроны. Между топливным стержнем и оболочкой имеется зазор – тонкая газовая прослойка, заполненная химически нейтральным и высокотеплопроводным гелием (Рис. 7.1).

Мощность внутренних источников теплоты в твэлах достигает  $10^9$  Вт/м<sup>3</sup>, а теплонапряженность охлаждаемой поверхности, т.е. плотность теплового потока на поверхности оболочки –  $1.5 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>2</sup>. Необходимо обеспечить эффективное охлаждение, чтобы уровень температур был приемлемым для имеющихся материалов.

В наиболее распространенных гражданских реакторах типа ВВЭР охлаждение осуществляется водой под давлением 15 МПа. Температура насыщения при этом давлении 342°C, а температура теплоносителя (воды) – примерно 300°C, т.е. твэлы охлаждаются некипящей, недогретой до температуры насыщения водой. Коэффициент теплоотдачи составляет примерно 30000 Вт/(м<sup>2</sup> °C).

Для оксида урана, относящегося к типу *керамического* ядерного топлива, температура может быть очень высокой, поскольку температура плавления UO<sub>2</sub> составляет 2800°C. Однако допустимая температура циркониевых оболочек гораздо ниже – около 400°C. Если этот предел превышен, то в контакте с водой быстро развивается разрушительная коррозия.

При проектировании твэла необходимо проверить, не превышают ли температуры ядерного топлива и защитной оболочки допустимых значений. Расчет проводится при заданной мощности внутренних источников  $q_V$  и заданных условиях охлаждения: температуре воды  $t_f$  и коэффициенте теплоотдачи  $\alpha$ .

В конструкции твэла можно выделить две области:

- Цилиндрический стержень с внутренними источниками
- Зазор и оболочку без внутренних источников.

Для второй области расчетные соотношения получены в гл. 6 Электронного курса:

[Chapt\\_6\\_OneDim\\_HeatCnd\\_Problems.pdf](#)

Новой задачей является расчет температурного поля в твердом теле с внутренними источниками теплоты.

### **Цилиндр с внутренними источниками**

Начнем вычисления с уравнения сохранения (6.18) (см. гл.6 Электронного курса, [Chapt\\_6\\_OneDim\\_HeatCnd\\_Problems.pdf](#)) для одномерных стационарных задач, которое мы перепишем здесь с учетом геометрии конкретной задачи (Рис. 7.1):

$$q(r) \cdot F(r) = q_V \int_0^r F(r) \cdot dr .$$

Правая часть этого выражения есть внутреннее тепловыделение в сплошном цилиндре с текущим радиусом  $r$ ,  $0 \leq r \leq r_1$ . Левая часть – тепловой поток через поверхность  $F(r)$ .

Подстановка

$$F(r) = 2\pi r$$

приводит к уравнению:

$$q(r) \cdot 2\pi \cdot r \equiv q_L(r) = q_V \cdot \pi r^2 \quad (7.1)$$

согласно которому линейная плотность теплового потока увеличивается по радиусу твэла благодаря действию внутренних источников теплоты.

С учетом выражения для плотности теплового потока,

$$q(r) = -\lambda(t) \frac{\partial t}{\partial r} ,$$

из уравнения сохранения (7.1) получается следующее дифференциальное уравнение для температурного поля:

$$-\lambda \frac{\partial t}{\partial r} 2\pi r = q_v \frac{2\pi r^2}{2}. \quad (7.2)$$

Переменные в этом уравнении разделяются. Проведем интегрирование на полном интервале:

$$\frac{\int_{t_0}^{t_1} \lambda(t) dt}{t_1 - t_0} = \frac{q_v r_1^2}{4(t_0 - t_1)}.$$

Вводя величину среднеинтегрального коэффициента теплопроводности, можно записать расчетное соотношение для перепада температуры внутри твэла в следующей компактной форме:

$$\Delta t = \frac{q_v r_1^2}{4\lambda_m}, \quad \lambda_m = \frac{\int_{t_0}^{t_1} \lambda(t) dt}{t_1 - t_0} \quad (7.3)$$

1

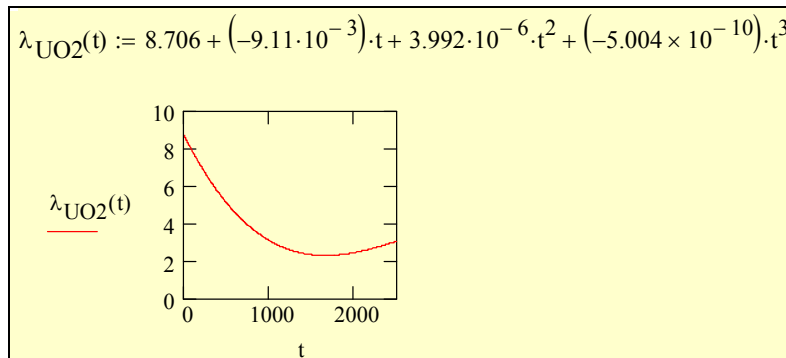


Рис. 7.2. Теплопроводность оксида урана (Вт/м °С) в зависимости от температуры (°С)

Заметим, что формула (7.3) дает *точное* решение дифференциального уравнения (7.2) в квадратурах. Числовые погрешности могут возникнуть при приближенном вычислении интеграла.

Если  $\lambda = const$ , то из (7.3) следует *квадратичный* закон изменения температуры по радиусу (чтобы увидеть это, зафиксируйте в  $\Delta t \equiv t_0 - t_1$  величину  $t_0$  и рассматривайте  $t_1$  как функцию от радиуса  $r_1$ ).

В действительности теплопроводность оксида урана сильно зависит от температуры (Рис. 7.2) и эту зависимость необходимо учитывать при практических расчетах.

Прямые вычисления по формулам (7.3) можно выполнить, если заданы температуры на оси и на поверхности,  $t_0$  и  $t_1$ . Сначала рассчитывается среднеинтегральный коэффициент теплопроводности  $\lambda_m$ , а затем мощность тепловыделения  $q_v$ , обеспечивающая принятый в начале расчета перепад температур.

Однако естественная постановка задачи другая. Задается мощность тепловыделения  $q_v$  и температура поверхности топливного стержня  $t_1$ . Требуется найти температуру в центре  $t_0$  (это максимальное значение температуры в твэле).

Для таких вычислений потребовалось разработать небольшую Mathcad-программу (Рис. 7.3):

- Сначала заданы числовые значения двух основных, неизменяемых в данном расчете параметров: мощности источника и радиуса топливной таблетки
- Далее записана функция, определяющая среднеинтегральное значение  $\lambda_m$ , и выражение eq, которое должно обращаться в ноль согласно основной расчетной формуле (7.3)
- В качестве входного параметра указана температура поверхности стержня  $t_1$
- Последняя строка содержит начальное приближение для искомой величины  $t_0$  (принимается  $t_0 = t_1$ ), обращение к встроенной функции root для решения нелинейного уравнения eq и числовое значение результата.

The screenshot shows the following Mathcad code:

$$q_v := 10 \cdot 10^8 \quad r_1 := 0.0038$$

$$\lambda_{m_{UO_2}}(t_1, t_2) := \begin{cases} \lambda_{UO_2}(t_1) & \text{if } |t_1 - t_2| < 0.001 \\ \left( \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} \lambda_{UO_2}(t) dt \right) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$eq(t_0, t_1) := (t_0 - t_1) - \frac{q_v \cdot r_1^2}{4 \cdot \lambda_{m_{UO_2}}(t_1, t_0)}$$

$$t_1 := 942.413$$

$$t_0 := t_1 \quad t_0 := \text{root}(eq(t_0, t_1), t_0) \quad t_0 = 2359.2$$

Рис. 7.3. Расчет максимальной температуры твэла

Итак, чтобы воспользоваться точным решением (7.3) задачи о твэле, потребовались компьютерные вычисления. Заметим, что это самый простой способ решения, если необходимо правильно учесть влияние температурной зависимости коэффициента теплопроводности ядерного топлива.

### Расчет теплопередачи через зазор и оболочку

Теплота, выделившаяся в активном стержне, далее передается через газовый зазор и циркониевую оболочку к охлаждающей воде. Поскольку в этой области внутренних источников нет, величина линейного потока  $q_L$  сохраняется постоянной. Из (7.1) следует:

$$q_L = q_L(r_1) = q_V \cdot \pi \cdot r_1^2.$$

Воспользуемся известными расчетными формулами для цилиндрической стенки без тепловыделения, см. (6.27), гл. 6 Электронного курса:

[Chapt 6 OneDim HeatCnd Problems.pdf](#)

Учтем, что теплопроводность гелия в газовой прослойке существенно зависит от температуры (Рис. 7.4), в то время теплопроводность циркониевого сплава можно считать постоянной:

$$q_L = \frac{t_1 - t_2}{R_{L,He}}; \quad R_{L,He} = \frac{1}{2\pi \cdot (\lambda_m)_{He}} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

$$q_L = \frac{t_2 - t_3}{R_{L,Zr}}; \quad R_{L,Zr} = \frac{1}{2\pi \cdot \lambda_{Zr}} \ln \frac{r_3}{r_2}$$

где

$$r_2 = r_1 + \delta_{He}; \quad r_3 = r_2 + \delta_{Zr}.$$

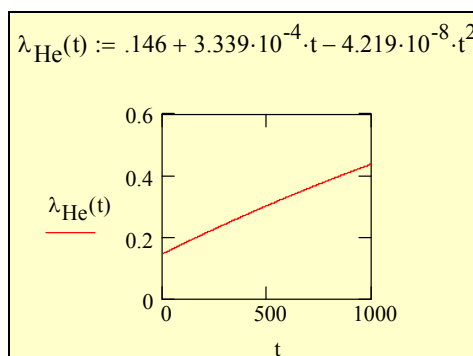


Рис. 7.4. Теплопроводность газообразного гелия (Вт/м °С) в зависимости от температуры (°С)

Теплоотдачу на поверхности оболочки опишем уравнением Ньютона-Рихмана:

$$q(r_3) = \alpha \cdot (t_3 - t_f),$$

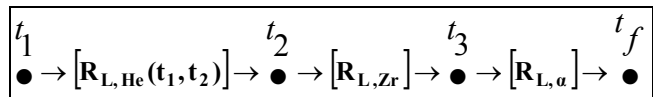
преобразованным для линейной плотности теплового потока:

$$q_L = \frac{t_3 - t_f}{R_{L,\alpha}}; \quad R_{L,\alpha} = \frac{1}{2\pi r_3 \cdot \alpha}.$$

Величина  $R_{L,\alpha}$  называется линейным сопротивлением теплоотдачи.

Линейные термические сопротивления гелиевого зазора, оболочки и теплоотдачи на наружной поверхности образуют последовательную цепь сопротивлений, через которые проходит одинаковый (линейный) тепловой поток  $q_L$ :

$$q_L = \frac{t_1 - t_f}{R_{L,He} + R_{L,Zr} + R_{L,\alpha}}, \quad (7.4)$$



Очевидна аналогия с последовательной электрической цепью.

Вычисления будут элементарными, если сопротивления *независимы от температуры*. Однако во многих задачах теплопередачи это не так. Сейчас мы имеем дело с самым простым примером *нелинейного* сопротивления, вследствие сильной температурной зависимости коэффициента теплопроводности гелия в зазоре. Более сложными являются задачи с зависящими от температуры сопротивлениями теплоотдачи (как при кипении или конденсации, при свободной конвекции или радиационном теплообмене).

Поскольку проблема является достаточно общей, покажем, как организовать расчеты теплопередачи в таких случаях:

- Следует задать температурные зависимости материалов в виде функций, к которым могут обратиться другие блоки программы (Рис. 7.5)
- Следует записать термические сопротивления с учетом температурной зависимости (Рис. 7.6)
- Следует сформировать для последовательной цепи систему уравнений, таких как (7.4), содержащих неизвестные температуры ( $t_1, t_2, t_3$ ), и обратиться к решателю системы нелинейных уравнений (блок **Given** («дано») – **Find** («найти») в Mathcad-программе на Рис. 7.7).

•

$$\lambda_{\text{UO}_2}(t) := 8.706 + (-9.11 \cdot 10^{-3}) \cdot t + 3.992 \cdot 10^{-6} \cdot t^2 + (-5.004 \times 10^{-10}) \cdot t^3$$

$$\lambda_{\text{He}}(t) := .146 + 3.339 \cdot 10^{-4} \cdot t - 4.219 \cdot 10^{-8} \cdot t^2$$

$$\lambda_{m\text{UO}_2}(t_1, t_2) := \begin{cases} \lambda_{\text{UO}_2}(t_1) & \text{if } |t_1 - t_2| < 0.001 \\ \left( \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} \lambda_{\text{UO}_2}(t) dt \right) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\lambda_{m\text{He}}(t_1, t_2) := \begin{cases} \lambda_{\text{He}}(t_1) & \text{if } |t_1 - t_2| < 0.001 \\ \left[ \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \left( \int_{t_1}^{t_2} \lambda_{\text{He}}(t) dt \right) \right] & \text{otherwise} \end{cases}$$

Рис. 7.5. Температурная зависимость ядерных материалов - оксида урана и гелия.

$$q_v := 10 \cdot 10^8 \quad r_1 := 0.0038$$

$$\delta_{\text{Zr}} := 0.00065 \quad \delta_{\text{He}} := 0.0001$$

$$r_2 := r_1 + \delta_{\text{He}} \quad r_3 := r_2 + \delta_{\text{Zr}} \quad \lambda_{\text{Zr}} := 20$$

$$t_f := 300 \quad \alpha := 30000$$

$$R_{L\_alpha} := \frac{1}{\alpha \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_3} \quad R_{L\_Zr} := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{Zr}}} \ln \left( \frac{r_3}{r_2} \right)$$

$$R_{L\_He}(t_1, t_2) := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{m\text{He}}(t_1, t_2)} \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)$$

Рис. 7.6. Термические сопротивления

$$q_L := q_v \cdot \pi \cdot r_1^2 \quad q_L = 4.536 \times 10^4$$

$$t_1 := 400 \quad t_2 := 400 \quad t_3 := 400$$

Given

$$q_L = \frac{t_1 - t_f}{R_{L\_He}(t_1, t_2) + R_{L\_Zr} + R_{L\_a}} \quad q_L = \frac{t_2 - t_3}{R_{L\_Zr}} \quad q_L = \frac{t_3 - t_f}{R_{L\_a}}$$

$$\begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{pmatrix} := \text{Find}(t_1, t_2, t_3)$$

$$t_1 = 942.412 \quad t_2 = 408.542 \quad t_3 = 352.894$$

Рис. 7.7. Теплопередача от поверхности топливного стержня к теплоносителю

В результате расчета теплопередачи (Рис. 7.7) определяются:

- температура  $t_3$  внешней поверхности циркониевой оболочки, контактирующей с водой
- температура  $t_2$  внутренней поверхности оболочки
- температура  $t_1$  поверхности топливного стержня из оксида урана.

### **Распределение температуры в твэле**

Теперь, располагая значением  $t_1$ , рассчитывают максимальную температуру топлива  $t_0$  (Рис. 7.8). Распределение температуры  $t_{\text{fuel}}(r)$  внутри тепловыделяющего стержня строят с помощью функции eq1 с учетом сильной температурной зависимости теплопроводности оксида урана. Далее формируется функция для распределения температуры  $t_{\text{out}}(r)$  во внешней области, т.е. в газовом зазоре, циркониевой оболочке и охлаждающей жидкости.



$$\begin{aligned}
 & t_0 := 1000 \\
 & \text{eq}(t_0, t_1) := (t_0 - t_1) - \frac{q_v \cdot r_1^2}{4 \cdot \lambda \cdot m_{\text{UO}_2}(t_1, t_0)} \quad t_0 := \text{root}(\text{eq}(t_0, t_1), t_0) \\
 & t_0 = 2359.2 \\
 \hline
 & \text{eq1}(t, r) := (t_0 - t) - \frac{q_v \cdot r^2}{4 \cdot \lambda \cdot m_{\text{UO}_2}(t, t_0)} \quad t_{\text{fuel}}(r) := \text{root}(\text{eq1}(t, r), t, t_1, t_0) \\
 & t_{\text{out}}(r) := \begin{cases} t_2 + \frac{(t_3 - t_2)}{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)} \cdot \ln\left(\frac{r}{r_2}\right) & \text{if } r_2 < r \leq r_3 \\ t_1 + \frac{(t_2 - t_1)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \cdot \ln\left(\frac{r}{r_1}\right) & \text{if } r_1 \leq r \leq r_2 \\ t_f & \text{if } r > r_3 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Рис. 7.8. Функции для расчета температуры твэла

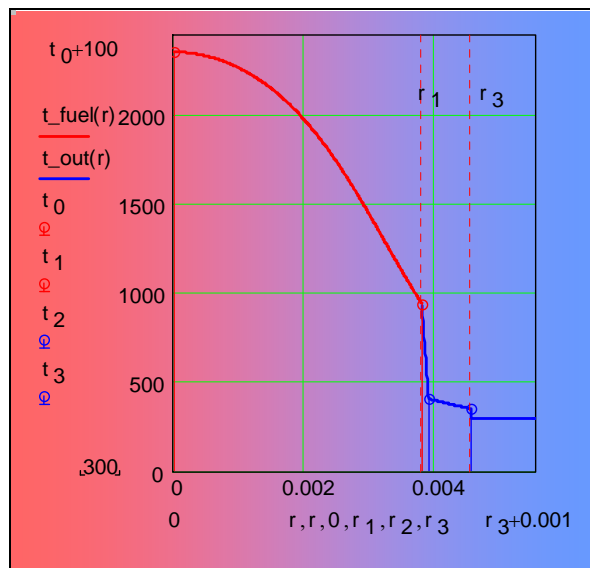


Рис. 7.9. Температурное поле в твэле ядерного реактора

Результаты расчета твэла представлены на Рис. 7.9 как распределение температуры по радиусу. Основное внимание при оценке результатов должно быть уделено двум значениям:

- максимальной температуре ядерного топлива  $t_0$ . Максимальное предельное значение можно оценить как температуру плавления оксида урана, примерно 2800°C,
- температуре поверхности защитной оболочки  $t_3$ , где происходит контакт с водой. Допустимая температура оболочек из циркониевых сплавов – около 400°C. При более высокой температуре в контакте с водой быстро развивается разрушительная коррозия.

Таким образом, рассмотренный температурный режим близок к предельному по теплонапряженности. Можно провести оптимизационные варианты расчеты по представленной Mathcad-программе:

[..\Mathcad\\_HMT\7\\_HeatCond\Fuel\\_El\\_1.xmcdz](#)

Вывод всех соотношений в этом разделе основан на предположении об одномерности температурного поля. Чтобы такая модель была верна, геометрия твэла, структура материалов и условия охлаждения на поверхности должны быть осесимметричными. Возможные осложнения обсуждаются в гл. 5 [Chapt 5\\_HMT\\_Comp\\_model\\_matlab.pdf](#), где представлена двухмерная модель твэла.

Нестационарные эффекты иллюстрируются анимацией в реальном масштабе времени:

[..\Mathcad\\_HMT\7\\_HeatCond\Fuel\\_El.avi](#)