

## Глава 7. Основные термодинамические процессы

7.1. Изохорный процесс

7.2. Изобарный процесс

7.3. Изотермический процесс

7.4. Адиабатный процесс

7.5. Политропный процесс

7.6. Дросселирование. Эффект Джоуля-Томсона

7.7. Адиабатное расширение реального газа в вакуум (процесс Джоуля)

7.8. Процессы смешения

7.9. Процессы сжатия в компрессоре

## ОСНОВНЫЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ

к оглавлению Главы 7

### 7.1. Изохорный процесс

Рассмотрим основные термодинамические процессы, выясним их закономерности и установим соотношения, связывающие между собой параметры состояния вещества в этих процессах.

Рассмотрим изохорный процесс, осуществляемый от некоторого состояния 1, в котором рабочее тело имеет давление  $p_1$ , температуру  $T_1$  и объем  $V$ , до состояния 2. (Вид изохор реального газа в  $p, T$ -диаграмме изображен на рис. 7.1.) Там же показаны изохоры в  $p, v$ -;  $T, v$ - и  $T, s$ -диаграммах. Для того чтобы определить параметры состояния 2, нужно знать один из параметров в точке 2 (например, давление  $p_2$  или температуру  $T_2$  и т.д.). Поскольку состояние изменяется по изохоре, следовательно, оказывается заданным еще один параметр состояния — объем  $V$ . Зная  $V$  и  $T_2$  (или  $V$  и  $p_2$ , или  $V$  и  $S_2$  и т.д.), с помощью диаграмм состояния, таблиц термодинамических свойств данного вещества или уравнения состояния можно определить все остальные параметры, характеризующие состояние рабочего тела в точке 2.

Параметры состояния идеального газа на изохоре связаны соотношением (1.16)

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}.$$

В идеальном газе повышение температуры (нагрев газа) в сосуде постоянного объема всегда приводит к росту давления, причем давление растет тем быстрее, чем меньше значение  $v$  на данной изохоре (это следует из гиперболического характера изотермы идеального газа в  $p, v$ -диаграмме).

Нагрев реальных газов и жидкостей также приводит к росту давления, причем давление в жидкости растет значительно быстрее, чем в газе (см.  $p, T$ -диаграмму на рис. 7.1).

Интересно отметить любопытную особенность, присущую изохорам воды при низких температурах. Как уже отмечалось ранее, при температуре  $3,98^\circ\text{C}$  плотность воды при атмосферном давлении проходит через максимум. Детальное рассмотрение показывает, что в этой области температур изохоры воды имеют вид, показанный на рис. 7.2; изохоры  $v \leq 1,000000$  мл/г проходят через минимум вблизи точки с температурой  $3,98^\circ\text{C}$  (обозначим точку минимума  $A$ ), причем изохора  $v = 1,000000$  мл/г касается линии насыщения; слева от точек минимума изохоры имеют отрицательный наклон, т.е.  $(\partial p / \partial T)_v < 0$ . Изохоры воды  $v > 1,000000$  мл/г (вплоть до значения  $v = 1,000132$  мл/г, соответствующего тройной точке) имеют ту особенность, что дважды пересекают линию насыщения — с положительным и отрицательным наклоном.

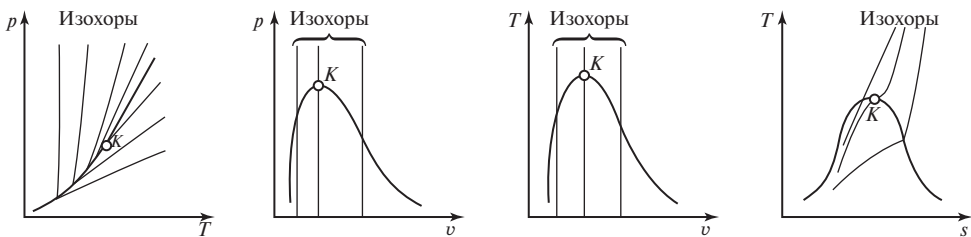


Рис. 7.1

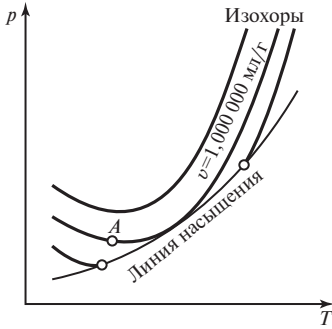


Рис. 7.2

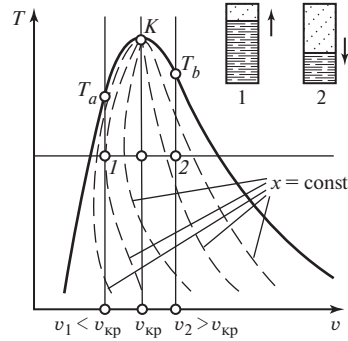


Рис. 7.3

Таким образом, при осуществлении изохорного процесса в воде при  $T < T_A$  нагревание системы будет приводить к уменьшению в ней давления. При повышении температуры система, соответствующая изохорам  $1,000000 < v < 1,000132$  мл/г, будет переходить из однофазного состояния в двухфазное и затем вновь в однофазное.

Отметим некоторые характерные особенности, присущие изохорному процессу, осуществляемому в двухфазной среде. Рассмотрим нагрев сосуда постоянного объема  $V$ , в котором заключена жидкость (например, вода) в равновесии со своим насыщенным паром. Обозначим через  $G$  массу воды и ее пара, находящихся в сосуде. В этом случае удельный объем  $v$  двухфазной смеси, заполняющей сосуд, будет равен  $V/G$ . Рассмотрим два случая: первый, когда в сосуд залито такое количество воды, что удельный объем двухфазной смеси  $v_1$  меньше критического удельного объема  $v_{кр}$ , и второй, когда  $v_2 > v_{кр}$  (рис. 7.3). Выясним, как будет изменяться состояние пароводяной смеси в каждом из этих сосудов при изохорном нагреве от одной и той же температуры  $T$ . Состояние смеси в каждом из сосудов удобно изобразить в  $T, v$ -диаграмме. Здесь точка 1 соответствует состоянию пароводяной смеси в первом сосуде до нагрева (удельный объем  $v_1$ , температура  $T$ ), точка 2 — состоянию во втором сосуде до нагрева ( $v_2, T$ ). Степень сухости смеси  $x$  в каждом из сосудов определяется соотношением

$$x = \frac{v^{дф} - v'}{v'' - v''},$$

где  $v''$  и  $v'$  — удельные объемы соответственно сухого насыщенного пара и воды на линии насыщения при температуре  $T$ ;  $v^{дф}$  — удельный объем двухфазной смеси в сосуде (в данном случае  $v_1$  или  $v_2$ ).

В процессе изохорного нагрева будет изменяться соотношение между количеством воды и пара в сосуде, т.е. будет изменяться степень сухости  $x$  двухфазной смеси. Как видно из рис. 7.3, при  $v_1 = \text{const}$  вначале  $dx > 0$ , а затем  $dx < 0$ ; при  $v > v_{кр}$  всегда  $dx > 0$ . По достижении некоторой температуры  $T_a$  весь сосуд оказывается заполненным водой, и при дальнейшем нагреве изохора  $v_1 = \text{const}$  проходит в области жидкости ( $T_a$  — это температура, при которой удельный объем воды на линии насыщения  $v'$  оказывается равным  $v_1$ ). Иную картину наблюдаем при повышении температуры во втором сосуде: на изохоре  $v_2 = \text{const}$  нагрев сопровождается увеличением степени сухости  $x$  смеси, происходит испарение воды в сосуде и уровень воды понижается. По достижении температуры  $T_b$  (температура, при которой  $v''$  становится равным  $v_2$ ) весь сосуд

оказывается заполненным сухим насыщенным паром и дальнейший нагрев происходит уже в области перегретого пара. Наконец, если бы сосуд был заполнен таким количеством жидкости, которое соответствовало бы удельному объему  $v_{кр}$ , то при нагреве такой смеси до критической температуры  $T_{кр}$  мениск, разделяющий жидкость и пар, исчез бы вблизи середины сосуда.

Работа расширения системы в изохорном процессе равна нулю. Из соотношения

$$l_{1-2} = \int_1^2 p \, dv$$

очевидно, что для изохорного процесса, когда  $v = \text{const}$ ,

$$l_{1-2} = 0. \quad (7.1)$$

Количество теплоты, сообщаемой системе при нагреве в изохорном процессе, определяется из уравнения первого закона термодинамики

$$dq = du + p \, dv;$$

так как для изохорного процесса  $dv = 0$ , то

$$dq = du$$

и, следовательно, количество теплоты, сообщаемой системе при нагреве от состояния 1 (параметры этого состояния  $v, T_1$ ) до состояния 2 (параметры  $v, T_2$ ), равно разности внутренних энергий  $u_2$  и  $u_1$ :

$$q_{1-2} = u_2(v, T_2) - u_1(v, T_1). \quad (7.2)$$

Разность внутренних энергий двух состояний на изохоре определяется следующим образом. Из очевидного соотношения

$$u_2(v, T_2) - u_1(v, T_1) = \int_{T_1}^{T_2} \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v dT \quad (7.3)$$

получаем с учетом (2.44):

$$u_2(v, T_2) - u_1(v, T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT. \quad (7.4)$$

Таким образом, соотношение (7.2) для количества теплоты в изохорном процессе может быть записано в следующем виде:

$$q_{1-2} = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT. \quad (7.5)$$

Если воспользоваться понятием о средней теплоемкости  $c_v^{cp}$ , то это соотношение можно представить в следующем виде:

$$q_{1-2} = c_v^{cp} (T_2 - T_1). \quad (7.6)$$

Наконец, для случая, когда теплоемкость в рассматриваемом интервале температур постоянна, имеем:

$$q_{1-2} = c_p (T_2 - T_1). \quad (7.7)$$

Изменение энтропии в изохорном процессе определяется следующим образом. Из соотношения

$$s_2(v, T_2) - s_1(v, T_1) = \int_{T_1}^{T_2} \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_v dT \quad (7.8)$$

с учетом (4.47) получаем:

$$s_2(v, T_2) - s_1(v, T_1) = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_v}{T} dT. \quad (7.9)$$

Располагая значениями теплоемкости  $c_v$ , нетрудно с помощью этого соотношения подсчитать изменение энтропии в изохорном процессе.

Если теплоемкость в рассматриваемом интервале температур постоянна (и, следовательно,  $c_v$  можно вынести за знак интеграла), получаем из (7.9):

$$s_2(v, T_2) - s_1(v, T_1) = c_v \ln \frac{T_2}{T_1}, \quad (7.10)$$

т.е. зависимость энтропии от температуры на изохоре имеет логарифмический характер.

к оглавлению Главы 7

## 7.2. Изобарный процесс

На рис. 7.4 показан вид изобар реального газа в  $T, v$ -;  $T, s$ -, а также  $p, v$ - и  $p, T$ -диаграммах.

Если изобарный процесс в системе осуществляется от некоторого состояния 1 до состояния 2 и если известны параметры системы в состоянии 1, то для того чтобы определить параметры системы в состоянии 2, нужно знать один из параметров системы в точке 2 (второй параметр — давление — известен); другие параметры состояния системы в точке 2 могут быть определены с помощью диаграмм состояния, уравнения состояния или таблиц термодинамических свойств вещества так же, как это описано выше для изохорного процесса.

Параметры состояния идеального газа на изобаре связаны соотношением (1.15):

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Отсюда следует, что чем выше температура газа, тем больше его удельный объем (т.е. тем меньше плотность). При этом величина  $v$  на изобаре при повышении температуры растет тем быстрее, чем меньше давление (это очевидно из рассмотрения изотерм в  $p, v$ -диаграмме).

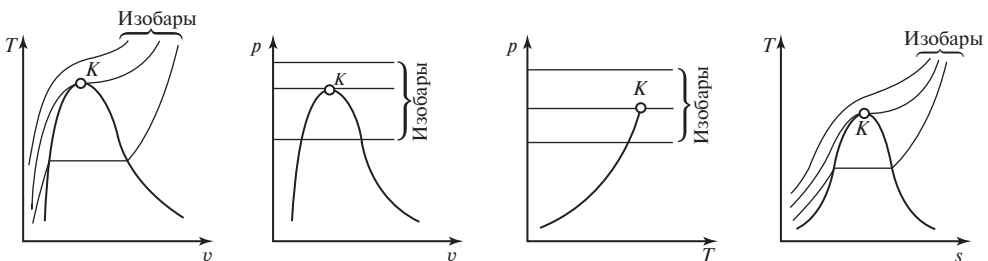


Рис. 7.4

Для реальных газов, жидкостей и твердых тел при нагреве также имеет место термическое расширение вещества на изобаре (за исключением некоторых аномальных областей состояния вроде упомянутой в предыдущем параграфе области аномалии воды при низких температурах). При этом, как известно, при увеличении температуры на одно и то же значение газ расширяется гораздо больше, чем жидкость или твердое тело; это видно, в частности, из хода изобар на рис. 7.4.

Работа расширения системы в изобарном процессе определяется следующим образом:

$$l_{1-2} = \int_1^2 p \, dv = p(v_2 - v_1) . \quad (7.11)$$

Для идеального газа это соотношение с учетом (1.23) может быть представлено также в следующем виде:

$$l_{1-2} = R(T_2 - T_1). \quad (7.12)$$

Количество теплоты, сообщаемой системе при нагреве (или отдаваемой системой при охлаждении) в изобарном процессе, определяется следующим образом. Из уравнения первого начала термодинамики, записанного в виде (2.57)

$$dq = dh - vdp,$$

следует, что для изобарного процесса ( $dp = 0$ )

$$dq = dh$$

и, следовательно, количество теплоты, сообщаемой системе при нагреве от состояния 1 (имеющего параметры  $p, T_1$ ), до состояния 2 (с параметрами  $p, T_2$ ), равно разности энтальпий  $h_2$  и  $h_1$  в этих состояниях:

$$q_{1-2} = h_2(p, T_2) - h_1(p, T_1). \quad (7.13)$$

Значения  $h_1$  и  $h_2$ , необходимые для вычисления  $q_{2-1}$ , могут быть найдены из таблиц термодинамических свойств данного вещества или из диаграмм состояния этого вещества.

В свою очередь разность энтальпий двух состояний на изобаре может быть также выражена следующим образом. Из очевидного соотношения

$$h_2(p, T_2) - h_1(p, T_1) = \int_{T_1}^{T_2} \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p dT \quad (7.14)$$

получаем с учетом (2.59):

$$h_2(p, T_2) - h_1(p, T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT. \quad (7.15)$$

Отсюда следует, что выражение (7.13) для количества теплоты в изобарном процессе может быть записано следующим образом:

$$q_{1-2} = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT, \quad (7.16)$$

или, что то же самое,

$$q_{1-2} = c_p^{\text{cp}}(T_2 - T_1), \quad (7.17)$$

где  $c_p^{\text{cp}}$  — средняя теплоемкость  $c_p$  в интервале температур  $T_1 - T_2$ .

Если  $c_p$  не зависит от температуры, то

$$q_{1-2} = c_p(T_2 - T_1). \quad (7.18)$$

Изменение энтропии в изобарном процессе, т.е. разность энтропий, соответствующих состояниям 1 и 2, определяется из соотношения

$$s_2(p, T_2) - s_1(p, T_1) = \int_{T_1}^{T_2} \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_p dT, \quad (7.19)$$

или с учетом (4.45)

$$s_2(p, T_2) - s_1(p, T_1) = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p}{T} dT. \quad (7.20)$$

Для случая, когда теплоемкость  $c_p$  в рассматриваемом интервале температур не зависит от температуры и, следовательно, может быть вынесена за знак интеграла в уравнении (7.20), получаем:

$$s_2(p, T_2) - s_1(p, T_1) = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}, \quad (7.21)$$

т.е. температурная зависимость энтропии на изобаре имеет логарифмический характер. Вполне понятно сходство этого уравнения с уравнением (7.10) для разности энтропий на изохоре; различие состоит лишь в множителе перед  $\ln(T_2/T_1)$ : в одном случае это изохорная теплоемкость  $c_v$ , в другом — изобарная теплоемкость  $c_p$ .

к оглавлению Главы 7

### 7.3. Изотермический процесс

Вид изотерм реального газа в  $p, v$ -диаграмме, а также  $p, T$ -;  $T, v$ - и  $T, s$ -диаграммах показан на рис. 7.5. Если известны параметры одного состояния, то параметры другого, лежащего на той же изотерме, определяются, если известен еще какой-либо его параметр.

Для идеального газа, как показано в гл. 1, давления и объемы в любых точках на изотерме связаны уравнением Бойля—Мариотта (1.17):

$$p_1 v_1 = p_2 v_2,$$

т.е. зависимость объема от давления на изотерме для идеального газа имеет характер гиперболы.

Изотермы реального газа, жидкостей и твердых тел имеют более сложный характер (рис. 7.5). Важно подчеркнуть, что у любых веществ, как отмечалось в гл. 5, величина  $(\partial v / \partial p)_T$  не может быть положительной и, следовательно, всюду на изотерме с ростом давления удельный объем уменьшается.

Работа расширения системы в изотермическом процессе между точками изотермы 1 и 2 определяется с помощью общего соотношения (3.1)

$$l_{1-2} = \int_1^2 p dv.$$

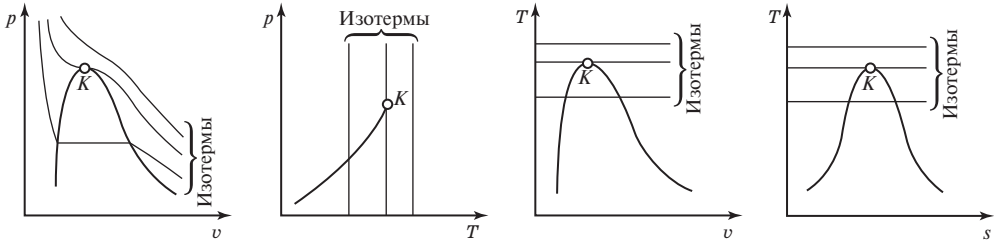


Рис. 7.5

Для вычисления этого интеграла необходимо знать зависимость давления на изотерме от удельного объема либо из уравнения состояния, либо непосредственно из экспериментальных данных (в этом случае интеграл вычисляется численными методами).

Для идеального газа с учетом (1.23) получаем из (3.1):

$$l_{1-2} = RT \ln \frac{v_2}{v_1}. \quad (7.22)$$

Уравнение изотермы идеального газа может быть также представлено в следующем виде:

$$l_{1-2} = RT \ln \frac{p_1}{p_2} = p_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1} = p_2 v_2 \ln \frac{v_2}{v_1} = p_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2} = p_2 v_2 \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (7.22a)$$

Как показано ранее (§ 5.2), работа системы в изотермическом процессе равна убыли свободной энергии системы:

$$l_{1-2} = f_1 - f_2. \quad (5.39a)$$

Таким образом, располагая значениями свободной энергии в начале и в конце процесса, можно вычислить значение  $l_{1-2}$ . В частности, из (5.39a) и (5.45) с учетом того, что для идеального газа внутренняя энергия зависит только от температуры и, следовательно, в изотермическом процессе величина  $u$  для идеального газа не изменяется, нетрудно получить (7.22a).

Количество теплоты, подводимой к системе (или отдаваемой системой) в изотермическом процессе, определяется из известного соотношения

$$dq = Tds;$$

так как  $T = \text{const}$ , то

$$q_{1-2} = T(s_2 - s_1); \quad (7.23)$$

здесь  $s_2$  и  $s_1$  — энтропии в состояниях 2 и 1.

В случае идеального газа, для которого в соответствии с уравнением (2.50)

$$du = c_v dT,$$

уравнение первого закона термодинамики (2.36) можно записать в следующем виде:

$$dq = c_v dT + pdv. \quad (7.24)$$

Отсюда в изотермическом процессе ( $dT = 0$ ) для идеального газа

$$dq = pdv, \quad (7.25)$$



т.е. количество работы, совершаемой идеальным газом в изотермическом процессе, равно количеству теплоты, подведенной к этому газу,

$$q_{1-2} = l_{1-2}, \quad (7.26)$$

где  $l_{1-2}$  определяется уравнениями (7.22).

Изменение энтропии в изотермическом процессе, т.е. разность энтропий, соответствующих состояниям 1 и 2, вычисляется следующим способом.

Если известны давления в точках 1 и 2, то из соотношения

$$s_2(p_2, T) - s_1(p_1, T) = \int_{p_1}^{p_2} \left( \frac{\partial s}{\partial p} \right)_T dp, \quad (7.27)$$

воспользовавшись уравнением Максвелла (4.22), получаем:

$$s_2(p_2, T) - s_1(p_1, T) = - \int_{p_1}^{p_2} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dp. \quad (7.28)$$

Если же известны удельные объемы в точках 1 и 2, то из соотношения

$$s_2(v_2, T) - s_1(v_1, T) = \int_{v_1}^{v_2} \left( \frac{\partial s}{\partial v} \right)_T dv \quad (7.29)$$

с учетом уравнения Максвелла (4.23) имеем:

$$s_2(v_2, T) - s_1(v_1, T) = \int_{v_1}^{v_2} \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v dv. \quad (7.30)$$

Для того чтобы вычислить интегралы, стоящие в правой части уравнений (7.28) и (7.30), нужно располагать для данного вещества значениями  $(\partial v / \partial T)_p$  или  $(\partial p / \partial T)_v$  на изотерме, которые могут быть вычислены либо с помощью уравнений состояния, либо путем численного дифференцирования экспериментальных данных по  $p$ ,  $v$ ,  $T$ -зависимости данного вещества.

В случае идеального газа интегралы в уравнениях (7.28) и (7.30) легко могут быть вычислены: учитывая, что для идеального газа, как нетрудно убедиться из уравнения (1.23),

$$\left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = \frac{R}{p} \quad (7.31)$$

и

$$\left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v = \frac{R}{v}, \quad (7.32)$$

получаем из (7.28) и (7.30):

$$s_2(p_2, T) - s_1(p_1, T) = R \ln \frac{p_1}{p_2}; \quad (7.33)$$

$$s_2(v_2, T) - s_1(v_1, T) = R \ln \frac{v_2}{v_1}. \quad (7.34)$$

В заключение выясним, чему равна теплоемкость изотермического процесса. Из определения теплоемкости следует, что для изотермического процесса, у которого подвод (или отвод) теплоты к системе не приводит к изменению температуры системы, теплоемкость  $c_T$  бесконечно велика:

$$c_T = \pm\infty \quad (7.35)$$

(знак плюс соответствует подводу теплоты к системе, знак минус — отводу теплоты от системы).

к оглавлению Главы 7

## 7.4. Адиабатный процесс

Адиабатным процессом называют такой термодинамический процесс, в котором к системе не подводится и от системы не отводится теплота, т.е.

$$dq = 0. \quad (7.36)$$

Термодинамическую систему, в которой протекает адиабатный процесс, можно представить себе в виде некоторого объема, ограниченного оболочкой, снабженной идеальной теплоизоляцией, абсолютно не пропускающей теплоту; такую оболочку называют адиабатной.

В реальных условиях процесс является адиабатным в тех случаях, когда система снабжена хорошей теплоизоляцией или когда процесс расширения (сжатия) газа происходит настолько быстро, что не успевает произойти сколь угодно заметный теплообмен газа с окружающей средой.

Поскольку для обратимого процесса в соответствии с уравнением (3.125)  $dq = Tds$ , с учетом (7.36) получаем, что в обратимом адиабатном процессе

$$ds = 0, \quad (7.37)$$

т.е. энтропия системы сохраняется постоянной. Иными словами, *обратимый адиабатный процесс является в то же время изоэнтропным процессом.*

Мы не случайно подчеркиваем здесь, что речь идет об обратимом адиабатном процессе, так как адиабатный процесс может быть и необратимым. Рассмотрим, например, течение реального газа в шероховатой трубе, снабженной идеальной теплоизоляцией, исключаяющей процесс теплообмена через стенки трубы. Течение газа в этом случае будет адиабатным, так как извне к газу не подводится и от него не отводится теплота. Но поскольку течение реального газа в шероховатой трубе всегда сопровождается трением, приводящим к диссипации (рассеянию) энергии потока, этот процесс необратим: как и всякий необратимый процесс, он идет с повышением энтропии системы. Для необратимых процессов имеет место неравенство

$$Tds > dq.$$

В рассматриваемом случае необратимого адиабатного процесса  $dq = 0$ , но  $ds > 0$ . Следовательно, необратимый адиабатный процесс не является изоэнтропным.

Таким образом, можно сказать, что *всякий изоэнтропный процесс в изолированной системе является адиабатным, но не всякий адиабатный процесс является изоэнтропным* (изоэнтропными являются только обратимые адиабатные процессы).

В этом параграфе мы будем рассматривать только обратимые адиабатные процессы ( $ds = 0$ ).

Перейдем теперь к вопросу о том, как связаны между собой параметры различных состояний в обратимом адиабатном процессе.

Для этого сформулируем дифференциальное уравнение изоэнтропного процесса.

Объединенные уравнения первого и второго законов термодинамики

$$Tds = du + pdv;$$

$$Tds = dh - vdp$$

для изоэнтропного процесса ( $ds = 0$ ) приобретают следующий вид:

$$du = -pdv; \quad (7.38)$$

$$dh = vdp, \quad (7.39)$$

отсюда

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_s = -p; \quad (7.40)$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_s = v. \quad (7.41)$$

С помощью этих соотношений нетрудно получить:

$$\left(\frac{\partial h}{\partial u}\right)_s = -\frac{v}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s. \quad (7.42)$$

Это и есть дифференциальное уравнение изоэнтропного процесса. Оно показывает, как связано изменение калорических свойств системы ( $h$  и  $u$ ) с изменением ее термических свойств ( $p$  и  $v$ ) в изоэнтропном процессе.

Введем следующее обозначение:

$$k = \left(\frac{\partial h}{\partial u}\right)_s. \quad (7.43)$$

Будем называть величину  $k$  показателем изоэнтропного процесса (или показателем изоэнтропы). С учетом введенного обозначения соотношение (7.42) приобретает следующий вид:

$$-\frac{v}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s = k. \quad (7.44)$$

Произведение, стоящее в левой части уравнения (7.44), может быть преобразовано следующим образом:

$$-\frac{v}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s = -\left(\frac{\partial \ln p}{\partial \ln v}\right)_s;$$

с учетом этого соотношения уравнение (7.44) можно записать в таком виде:

$$d \ln p = -k d \ln v. \quad (7.45)$$

Это дифференциальное уравнение устанавливает связь между  $p$  и  $v$  в изоэнтропном процессе. Интегрируя это соотношение между точками 1 и 2 на изоэнтропе, получаем:

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = - \int_{v_1}^{v_2} k d \ln v. \quad (7.46)$$

Если в рассматриваемом интервале изменения состояния системы (между точками 1 и 2) показатель изоэнтропы  $k$  остается неизменным, то  $k$  можно вынести за знак интеграла и тогда из (7.46) можно получить:

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = -k \ln \frac{v_2}{v_1}, \quad (7.47)$$

или, что то же самое,

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = k \ln \frac{v_1}{v_2}. \quad (7.47a)$$

В свою очередь это соотношение может быть представлено в виде

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = \ln \frac{v_1^k}{v_2^k}. \quad (7.48)$$

Потенцируя это равенство, получаем:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{v_1^k}{v_2^k}; \quad (7.49)$$

отсюда

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k. \quad (7.50)$$

Аналогично, переводя систему по изоэнтропе в любое третье состояние с параметрами  $p_3$  и  $v_3$ , можно показать, что

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k = p_3 v_3^k = \text{const}.$$

Таким образом, для любого состояния системы в изоэнтропном процессе (при условии, что показатель изоэнтропы  $k$  остается неизменным)

$$p v^k = \text{const}. \quad (7.51)$$

Это соотношение носит название уравнения адиабаты Пуассона.

Если показатель изоэнтропы  $k$  изменяется с изменением состояния системы и известен характер зависимости  $k$  на изоэнтропе, то для расчета величины  $p_2$  по известным  $p_1$ ,  $v_1$  и  $v_2$  следует вычислить интеграл, стоящий в правой части (7.46), численными методами по известным значениям  $k$ .

Воспользуемся средним (в рассматриваемом интервале состояний) значением показателя изоэнтропы<sup>1)</sup>  $k_{\text{cp}}$  и тогда из (7.46) способом, аналогичным описанному выше, получим:

$$p v^{k_{\text{cp}}} = \text{const}. \quad (7.51a)$$

Подчеркнем, что уравнения изоэнтропного процесса (7.51) или (7.51a) справедливы и для газа, и для жидкости, и для твердого тела (по ходу вывода мы не делали никаких предположений о том, что представляет собой рассматриваемая нами система, совершающая изоэнтропный процесс).

Значение показателя изоэнтропы  $k$  (которое само по себе может быть использовано в качестве параметра состояния) оказывается существенно различным в различных фазовых состояниях вещества. Для твердых тел и жидкостей  $k$  весьма велико, причем значение  $k$  заметно изменяется с температурой. Так, для воды при  $t = 0 \text{ }^\circ\text{C}$   $k = 3\,602\,000$ , при  $t = 50 \text{ }^\circ\text{C}$   $k = 187\,000$ , при  $t = 100 \text{ }^\circ\text{C}$   $k = 22\,300$ . Для газов и паров значение  $k$  меняется с температурой (уменьшается) относительно слабо, причем для большинства газов значения  $k$  лежат в интер-

<sup>1)</sup> Среднее значение  $k$  определяется следующим отношением:

$$k_{\text{cp}} = \int_{v_1}^{v_2} k \, d \frac{\ln v}{\ln \frac{v_2}{v_1}}. \quad (7.52)$$

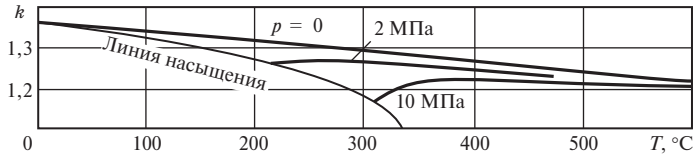


Рис. 7.6

вале 1,3—1,7; значения  $k$  заметно изменяются лишь вблизи пограничной кривой. На рис. 7.6 представлены значения показателя изоэнтропы  $k$  для водяного пара.

Показатель изоэнтропы идеального газа определяется следующим образом. Уравнение (7.44)

$$k = -\frac{v}{p} \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_s$$

с учетом соотношения (4.59)

$$\left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_s = \frac{c_p}{c_v} \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_T$$

можно записать в виде

$$k = -\frac{v}{p} \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_T \frac{c_p}{c_v}. \quad (7.53)$$

Поскольку для идеального газа, как видно из уравнения Клапейрона,

$$\left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_T = -\frac{p}{v}, \quad (7.54)$$

уравнение (7.53) приобретает вид:

$$k_{\text{ид}} = \frac{c_p}{c_v}. \quad (7.55)$$

Так как для идеального газа в соответствии с уравнением (2.67)

$$c_p = c_v + R,$$

то из (7.55) имеем:

$$k_{\text{ид}} = 1 + R/c_v. \quad (7.56)$$

Как известно, теплоемкости идеального газа слабо изменяются с температурой, поэтому и величину  $k_{\text{ид}}$  с высокой степенью точности можно считать практически не зависящей от температуры. Известно, что молярная изохорная теплоемкость  $\mu c_v$  идеального газа равна примерно 13 кДж/(кмоль · К) для одноатомного идеального газа, 21 кДж/(кмоль · К) для двухатомного и 29 кДж/(кмоль · К) для трех- и многоатомного газа. Поскольку  $\mu R \approx 8,3$  кДж/(кмоль · К), то с помощью (7.56) получаем следующие примерные значения показателя изоэнтропы  $k$  идеального газа.

| Газ                            | $k$  |
|--------------------------------|------|
| Одноатомный . . . . .          | 1,67 |
| Двухатомный . . . . .          | 1,40 |
| Трех- и многоатомный . . . . . | 1,29 |

Для воздуха показатель изоэнтропы в идеально-газовом состоянии равен примерно 1,40.

Выше было установлено, что для любых двух точек на изоэнтропе величины  $p$  и  $v$  в этих точках связаны между собой соотношением (7.50)

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k,$$

где  $k$  — показатель изоэнтропы, постоянный в интервале состояний между точками 1 и 2; если же значение  $k$  перемененно в данном интервале параметров состояния, то в уравнении (7.50) должна фигурировать величина  $k_{cp}$  — средняя в этом интервале параметров.

Что касается связи между значениями температуры в двух точках на изоэнтропе, то соотношение между величинами  $T_1$  и  $T_2$  на изоэнтропе устанавливается следующим образом. Из выражения

$$T_2(s, p_2) - T_1(s, p_1) = \int_{p_1}^{p_2} \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_s dp \quad (7.57)$$

с учетом того, что

$$\left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_s = - \left( \frac{\partial T}{\partial s} \right)_p \left( \frac{\partial s}{\partial p} \right)_T, \quad (7.58)$$

а также с учетом уравнений (4.45) и (4.22) получаем:

$$T_2(s, p_2) - T_1(s, p_1) = \int_{p_1}^{p_2} \frac{T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p}{c_p} dp. \quad (7.59)$$

Для расчета  $T_2$  по известной  $T_1$  с помощью этого уравнения нужно располагать значениями  $(\partial v / \partial T)_p$  и  $c_p$ . Дополнительные трудности при расчете создает то обстоятельство, что величина  $T$  стоит под знаком интеграла. Для того чтобы облегчить задачу отыскания различных параметров в изоэнтропном процессе, часто в диаграммах состояния помимо изобар, изотерм, изохор наносят и линии постоянной энтропии (изоэнтропы). На рис. 7.7 показаны изоэнтропы в  $p, v$ -;  $p, T$ -;  $T, v$ - и  $T, s$ -диаграммах.

Для изоэнтропного процесса в идеальном газе из уравнения (7.50) можно получить соотношения, связывающие между собой значения  $T$  и  $v$ , а также  $T$  и  $p$  на изоэнтропе. В самом деле, с учетом того, что для идеального газа

$$p = \frac{RT}{v},$$

получаем из (7.50):

$$T_1 v_1^{k-1} = T_2 v_2^{k-1}, \quad (7.60)$$

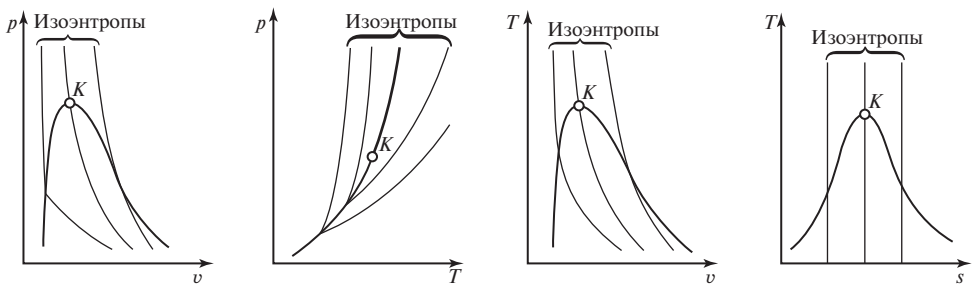


Рис. 7.7

т.е.

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1}; \quad (7.60a)$$

далее, подставляя в (7.50)

$$v = RT/p,$$

получаем:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}. \quad (7.61)$$

Из уравнения (7.61) следует, что уменьшение давления на изоэнтропе приводит к понижению температуры идеального газа. Что же касается реального газа, то из уравнения (7.59) очевидно, что, поскольку всегда  $c_p > 0$  и в подавляющем большинстве случаев<sup>1)</sup>  $(\partial v/\partial T)_p > 0$ , то интеграл, стоящий в правой части этого уравнения, положителен, следовательно, если  $p_1 < p_2$ , то и  $T_1 < T_2$ . Таким образом, при изоэнтропном (обратимом адиабатном) расширении вещество охлаждается. Как мы увидим в дальнейшем, процесс обратимого адиабатного расширения используется как эффективный способ охлаждения газа.

Работа расширения системы в изоэнтропном процессе определяется следующим образом. Из уравнения (2.36)

$$dq = du + pdv$$

очевидно, что для любого адиабатного процесса ( $dq = 0$ ), в том числе и для обратимого адиабатного (т.е. изоэнтропного) процесса,

$$pdv = -du, \quad (7.62)$$

и, следовательно, в соответствии с уравнением (3.1)

$$l_{1-2} = \int_1^2 p \, dv \quad (3.1a)$$

получаем для работы расширения системы в адиабатном процессе:

$$l_{1-2} = u_1 - u_2. \quad (7.63)$$

Таким образом, в адиабатном процессе работа расширения системы совершается за счет убыли внутренней энергии системы. Это и понятно — ведь в адиабатном процессе к системе нет притока теплоты извне и единственный источник энергии для совершения работы — внутренняя энергия самой системы.

Уравнение (7.63) справедливо не только для изоэнтропного, т.е. обратимого адиабатного процесса, но и для необратимого адиабатного процесса. Уравнения, приводимые ниже, справедливы только для изоэнтропных процессов, так как при выводе их используется понятие показателя изоэнтропы, имеющее значение только применительно к изоэнтропным процессам.

Соотношение для расчета  $l_{1-2}$  в изоэнтропном процессе может быть представлено и в другом виде. Поскольку для изоэнтропы в соответствии с (7.50)

$$p = \frac{p_1 v_1^k}{v^k}, \quad (7.64)$$

<sup>1)</sup> Напомним, что крайне редко величина  $(\partial v/\partial T)_p$  все же приобретает отрицательное значение (например, у воды в области аномалии плотности при низких температурах). В этом случае рост  $p$  на изоэнтропе ведет к снижению  $T$ , как это видно из (7.59).

подставляя это выражение для  $p$  в уравнение (3.1а)

$$l_{1-2} = \int_1^2 \frac{p_1 v_1^k}{v^k} dv \quad (7.65)$$

и интегрируя, получаем (учитывая при интегрировании, что  $p_1 v_1^k$  — постоянная величина):

$$l_{1-2} = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \right] \quad (7.66)$$

или с учетом (7.50)

$$l_{1-2} = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]. \quad (7.67)$$

Следует подчеркнуть, что уравнения (7.66) и (7.67) пригодны для расчета  $l_{1-2}$  в том случае, если в интервале параметров между точками 1 и 2 показатель изоэнтропы  $k$  сохраняется постоянным. Если же  $k$  изменяется, то при расчете по уравнениям (7.66) и (7.67) следует пользоваться средним в данном интервале параметров значением  $k_{\text{ср}}$ .

В случае идеального газа уравнения для расчета работы расширения могут быть представлены также в иной форме. Поскольку для идеального газа

$$p_1 v_1 = RT_1,$$

уравнения (7.66) и (7.67) приобретают следующий вид:

$$l_{1-2} = \frac{RT_1}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \right]; \quad (7.68)$$

$$l_{1-2} = \frac{RT_1}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]. \quad (7.69)$$

Так как для идеального газа в изоэнтропном процессе в соответствии с уравнением (7.60а)

$$\left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} = \frac{T_2}{T_1},$$

то из (7.68) получаем:

$$l_{1-2} = \frac{R}{k-1} (T_1 - T_2), \quad (7.70)$$

из (7.66)

$$l_{1-2} = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right), \quad (7.71)$$

а отсюда

$$l_{1-2} = \frac{1}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) \quad (7.72)$$

(поскольку  $\frac{p_1 v_1}{T_1} T_2 = RT_2 = p_2 v_2$ ).



Так как для идеального газа внутренняя энергия зависит только от температуры и не зависит от объема, то в соответствии с уравнением (2.50)

$$du = c_v dT$$

и, следовательно,

$$u_1(s, T_1) - u_2(s, T_2) = \int_{T_2}^{T_1} c_v dT. \quad (7.73)$$

Таким образом, в соответствии с уравнением (7.63)

$$l_{1-2} = \int_{T_2}^{T_1} c_v dT. \quad (7.74)$$

Если пренебречь зависимостью теплоемкости  $c_v$  идеального газа от температуры или воспользоваться понятием средней в данном интервале температур теплоемкости  $c_v$ , то уравнение (7.74) может быть представлено в следующем виде:

$$l_{1-2} = c_v(T_1 - T_2). \quad (7.75)$$

Подчеркнем еще раз, что уравнения (7.63), (7.66) и (7.67) применимы и для реальных веществ, и для идеальных газов, тогда как уравнения (7.68)—(7.75) справедливы только для идеальных газов.

Количество теплоты, подводимой к системе в изоэнтропном процессе, равно нулю:

$$q_{1-2} = 0; dq = 0. \quad (7.76)$$

Изменение энтропии в изоэнтропном процессе также равно нулю. Естественно, что теплоемкость изоэнтропного процесса равна нулю:

$$c_s = \text{const} = 0. \quad (7.77)$$

Этот вывод очевиден — если в системе осуществляется адиабатный процесс, то температура в системе изменяется, хотя теплота к системе и не подводится.

к оглавлению Главы 7

## 7.5. Политропные процессы

Политропными называют термодинамические процессы, удовлетворяющие уравнению

$$pv^n = \text{const} \quad (7.78)$$

при произвольном, постоянном для данного политропного процесса значении  $n$ .

Величину  $n$  называют показателем политропы. Показатель политропы  $n$  для различных политропных процессов может принимать любые значения от  $+\infty$  до  $-\infty$ .

Кривую политропного процесса в диаграмме состояния называют политропой.

Понятие о политропных процессах было введено в термодинамике по аналогии с понятием об адиабатных процессах. Уравнение политропного процесса (7.78) по внешнему виду сходно с уравнением адиабаты (7.51); однако существенная разница между этими уравнениями состоит в том, что если показатель изоэнтропы (адиабаты)  $k$  является в общем случае величиной переменной, то уже само понятие политропного процесса основано на предположении о том, что показатель политропы  $n$  является постоянной величиной. В политропном процессе к системе может подводиться (или отводиться от нее) теплота.

Понятие о политропных процессах широко используется главным образом при изучении процессов сжатия и расширения в газовых двигателях; зачастую политропные процессы оказываются удобными для аппроксимации действительных газовых процессов в двигателях. Реальные процессы сжатия в газовых двигателях и компрессорах часто не являются ни адиабатными, ни изотермическими, а занимают промежуточное положение между этими двумя видами процессов. Поэтому обычно встречаемые на практике значения показателя  $n$  политропного процесса лежат в интервале от  $1^1)$  до  $k$ .

Для любых точек на политропе уравнение (7.78) можно записать в виде

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n.$$

Если политропный процесс осуществляется в идеальном газе, то из уравнения (7.78) и уравнения Клапейрона нетрудно получить:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1}; \tag{7.79}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}. \tag{7.80}$$

Эти уравнения, так же как и уравнение (7.78), устанавливают связь между  $p$ ,  $v$  и  $T$  в любых двух точках на политропе; уравнение (7.78) справедливо и для реального, и для идеального газов, тогда как уравнения (7.79) и (7.80) — только для идеального газа.

Помимо уже отмеченной нами технической целесообразности введение понятия политропного процесса представляет большую ценность и в методическом отношении. Понятие политропного процесса обобщает все остальные известные нам термодинамические процессы; нетрудно убедиться в том, что изохорный, изобарный, изотермический и адиабатный процессы представляют собой частные случаи политропных процессов.

В самом деле, из уравнения политропного процесса (7.78) очевидно, что политропный процесс с показателем  $n = 0$  представляет собой обычный изобарный процесс

$$p = \text{const.}$$

Из уравнения (7.78), переписанного в виде

$$p^{1/n} v = \text{const.},$$

очевидно, что политропный процесс с показателем  $n = \pm\infty$  — это изохорный процесс:

$$v = \text{const.}$$

Уравнение политропы с показателем  $n = k$  превращается в уравнение адиабаты Пуассона

$$p v^k = \text{const.}$$

Наконец, уравнение политропы с показателем  $n = 1$  — это уравнение идеального газа

$$p v = \text{const}$$

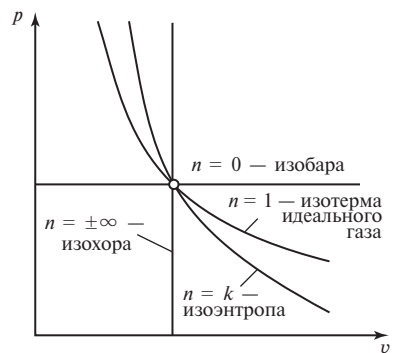


Рис. 7.8

<sup>1)</sup> Из уравнения (7.78) следует, что при  $n = 1$  это уравнение совпадает с уравнением Бойля—Мариотта для изотермического процесса в идеальном газе ( $p v = \text{const}$ ).

[подчеркнем, что это уравнение справедливо только для изотермического процесса в идеальном газе; получить из уравнения политропы (7.78) уравнение изотермы реального газа нельзя. Конечно, процесс  $n = 1$  в реальном газе возможен, но этот процесс не является изотермическим].

На рис. 7.8 представлена  $p, v$ -диаграмма, в которой нанесены кривые различных политропных процессов.

Работа расширения системы в политропном процессе между точками 1 и 2 определяется с помощью уравнения (3.1)

$$l_{1-2} = \int_1^2 p \, dv.$$

Так как для политропы в соответствии с (7.78)

$$p = \frac{p_1 v_1^n}{v^n}, \quad (7.81)$$

то, интегрируя выражение для  $l_{1-2}$  (при интегрировании учтем, что  $p_1 v_1^n$  — постоянная величина), получаем для работы расширения в политропном процессе:

$$l_{1-2} = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right], \quad (7.82)$$

или, что то же самое,

$$l_{1-2} = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]. \quad (7.83)$$

В случае идеального газа уравнения (7.82) и (7.83) можно преобразовать следующим образом:

$$l_{1-2} = \frac{RT_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right]; \quad (7.84)$$

$$l_{1-2} = \frac{RT_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]; \quad (7.85)$$

$$l_{1-2} = \frac{R}{n-1} (T_1 - T_2); \quad (7.86)$$

$$l_{1-2} = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right); \quad (7.87)$$

$$l_{1-2} = \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2). \quad (7.88)$$

Уравнения (7.82) и (7.83) справедливы для политропных процессов и в реальных, и в идеальных газах, а уравнения (7.84)—(7.88) — только для процессов в идеальных газах.

Количество теплоты, подводимой к системе (или отводимой от нее) в политропном процессе, определяется следующим образом. Величину  $q$  можно определить с помощью уравнения первого закона термодинамики

$$q_{1-2} = (u_2 - u_1) + l_{1-2},$$

вычислив работу расширения системы [с помощью уравнений (7.82) и (7.83)] и рассчитав изменение внутренней энергии системы в политропном процессе между точками 1 и 2.

Разность внутренних энергий системы в точках 1 и 2 определяется обычным путем. Интегрируя соотношение (2.42)

$$du = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v dT + \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv$$

в интервале состояний на политропе от точки 1 до точки 2 и учитывая при этом, что в соответствии с (4.25) и (2.44)

$$\left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v = c_v; \quad \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T = T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p,$$

получаем:

$$u_2(T_2, v_2) - u_1(T_1, v_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT + \int_{v_1}^{v_2} \left[ T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p \right] dv. \quad (7.89)$$

Для расчетов с помощью этого уравнения нужно знать параметры обеих точек на политропе:  $T_1$  и  $v_1$ ,  $T_2$  и  $v_2$ .

Если мы имеем дело с политропным процессом в идеальном газе (следует заметить, что при расчете ряда политропных процессов в газовых двигателях и компрессорах идеально-газовое приближение оказывается вполне достаточным для технических расчетов), то уравнения для расчетов  $q_{1-2}$  могут быть приведены к более простому виду. В самом деле, поскольку для идеального газа  $(\partial u / \partial v)_T = 0$ , то

$$u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT; \quad (7.90)$$

если температурной зависимостью  $c_v$  идеального газа можно пренебречь, то

$$u_2 - u_1 = c_v(T_2 - T_1). \quad (7.91)$$

Воспользуемся теперь для подсчета  $q_{1-2}$  уравнением (2.31). Подставляя в него значение  $u_2 - u_1$  из уравнения (7.91) и значение  $l_{1-2}$  из уравнения (7.86), получаем:

$$q_{1-2} = \left( \frac{R}{n-1} - c_v \right) (T_1 - T_2). \quad (7.92)$$

Поскольку в соответствии с уравнением Майера

$$c_p - c_v = R,$$

из (7.92) находим:

$$q_{1-2} = c_v \frac{c_p - n}{n-1} (T_1 - T_2). \quad (7.93)$$

Как показано в § 7.4, для идеального газа отношение теплоемкости  $c_p$  к  $c_v$  представляет собой показатель изоэнтропы идеального газа

$$k_{ид} = c_p / c_v. \quad (7.55)$$

С учетом этого уравнения выражение (7.93) преобразуется к виду

$$q_{1-2} = c_v \frac{k-n}{n-1} (T_1 - T_2). \quad (7.94)$$

Это соотношение определяет количество теплоты, подводимой к идеальному газу (или отводимой от него) в политропном процессе.

Так как в соответствии с общим определением теплоемкости (1.69)

$$c_x = \frac{dq_x}{dT},$$

теплоемкость политропного процесса можно определить как

$$c_n = \frac{dq_n}{dT}, \quad (7.95)$$

очевидно, что

$$dq = c_n dT \quad (7.96)$$

и

$$q_{1-2} = \int_1^2 c_n dT. \quad (7.97)$$

Если теплоемкость  $c_n$  в рассматриваемом интервале параметров между точками 1 и 2 сохраняется постоянной, то из (7.97) получаем следующее уравнение для расчета количества теплоты, подводимой к системе в политропном процессе:

$$q_{1-2} = c_n(T_2 - T_1). \quad (7.98)$$

Интересно отметить, что, поскольку для идеального газа в случае, когда его теплоемкость не меняется с температурой,

$$u_2 - u_1 = c_n(T_2 - T_1)$$

[см. уравнение (7.91)], из этого соотношения и уравнения (7.98) можно получить:

$$\frac{u_2 - u_1}{q_{1-2}} = \frac{c_v}{c_n}. \quad (7.99)$$

В рассматриваемом нами случае, когда теплоемкость идеального газа не меняется с температурой, отношение  $c_v/c_n$  в данном политропном процессе остается постоянным; следовательно, в соответствии с (7.99) в этом процессе

$$\frac{\Delta u}{q_{1-2}} = \text{const}. \quad (7.100)$$

Сравнивая уравнения (7.94) и (7.98), приходим к выводу о том, что фигурирующий в правой части уравнения (7.94) комплекс  $c_v \frac{n-k}{n-1}$  представляет собой не что иное, как теплоемкость идеального газа в политропном процессе:

$$c_n = c_v \frac{n-k}{n-1}. \quad (7.101)$$

Проанализируем полученное соотношение для расчета политропной теплоемкости идеального газа.

При  $n = 0$  получаем из (7.101):

$$c_n = c_v k,$$

или с учетом (7.55)

$$c_n = c_p;$$

полученный результат понятен: как показано выше, политропа с показателем  $n = 0$  — это изобара.

При  $n = \infty$  из уравнения (7.101), представив его в виде

$$c_n = c_v \frac{1 - \frac{k}{n}}{1 - \frac{1}{n}},$$

получим:

$$c_n = c_v;$$

это тоже очевидно, ибо политропа с показателем  $n = \infty$  представляет собой изохору.

При  $n = 1$  в знаменателе правой части соотношения (7.101) появляется нуль и, следовательно,

$$c_n = \pm \infty;$$

напомним, что бесконечно большое значение имеет теплоемкость изотермического процесса.

Наконец, при  $n = k$  получаем:

$$c_n = 0$$

— теплоемкость адиабатного процесса.

Интересно отметить, что, как видно из (7.101), при  $1 < n < k$  теплоемкость  $c_n$  отрицательна. В этих процессах при расширении газ производит работу, значительно превышающую то количество теплоты, которое подводится к газу в процессе расширения. В этом случае на производство работы помимо тепла, подведенного к газу, расходуется и некоторое количество его внутренней энергии. Хотя к газу и подводится тепло, но оно целиком превращается в работу, а убыль внутренней энергии газа ведет к снижению его температуры. Таким образом, в данном случае мы имеем дело с весьма своеобразным процессом: тепло к системе подводится, но температура системы уменьшается. В соответствии с общим определением теплоемкости

$$c_n = \frac{dq_n}{dT}$$

мы приходим к выводу, что теплоемкость такого политропного процесса отрицательна.

На рис. 7.9 изображена зависимость теплоемкости политропного процесса  $c_n$  от показателя политропы  $n$ .

Изменение энтропии системы в политропном процессе, т.е. разность энтропий, соответствующих точкам 1 и 2 на политропе, определяется из соотношения

$$s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_n dT; \quad (7.102)$$

поскольку очевидно, что

$$\left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_n = \frac{c_n}{T}, \quad (7.103)$$

уравнение (7.102) приобретает следующий вид:

$$s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_n}{T} dT. \quad (7.104)$$

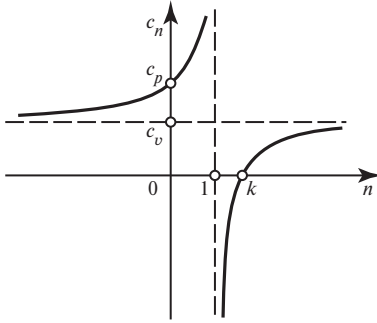


Рис. 7.9

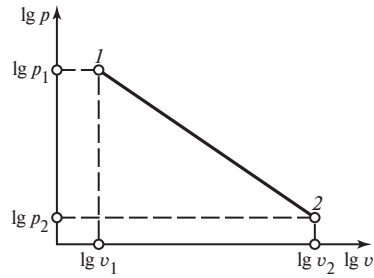


Рис. 7.10

Если теплоемкость политропного процесса  $c_n$  постоянна в данном интервале параметров состояния, то уравнение (7.104) может быть записано следующим образом:

$$s_2 - s_1 = c_n \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (7.105)$$

Таким образом, температурная зависимость энтропии в политропном процессе имеет логарифмический характер<sup>1)</sup>.

Для того чтобы определить значение показателя политропы для того или иного конкретного газового процесса, надо располагать экспериментальными данными для этого процесса. Удобнее всего использовать кривую процесса в  $p, v$ -диаграмме. Логарифмируя уравнение политропы

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n,$$

получаем:

$$n = \frac{\lg p_1 - \lg p_2}{\lg v_2 - \lg v_1}. \quad (7.106)$$

Нанеся кривую процесса на логарифмическую  $p, v$ -диаграмму (рис. 7.10), где эта кривая спрямляется, легко можно найти величину  $n$  для данной кривой процесса: как видно из (7.106),  $n$  представляет собой тангенс угла наклона этой линии в логарифмической  $p, v$ -диаграмме. Если в логарифмической  $p, v$ -диаграмме кривая процесса не спрямляется полностью, а имеет некоторую кривизну, то эту линию в диаграмме  $\lg p, \lg v$  следует разбить на несколько прямолинейных участков, найти значение  $n$  для каждого из этих участков и затем вычислить среднее для всей линии значение  $n$ . Определив для данного реального процесса величину  $n$ , мы сможем воспользоваться полученными выше уравнениями для расчета работы расширения процесса  $l_{1-2}$ , теплоты процесса  $q_{2-1}$ , рассчитать температуру в любой точке процесса и т.д.

к оглавлению Главы 7

### 7.6. Дросселирование. Эффект Джоуля—Томсона

Из опыта известно, что если на пути струи газа или жидкости, протекающей по трубе или какому-либо другому каналу, встречается препятствие, приводящее к внезапному резкому сужению поперечного сечения струи, а затем сечение

<sup>1)</sup> Исползованный способ вывода и полученное в результате уравнение (7.105) не применимы к процессу с  $n = 1$  (изотермическому процессу); в этом случае в правой части уравнения (7.105) появляется неопределенность вида  $\infty \cdot 0$ .

струи увеличивается, то давление протекающего газа (жидкости) за препятствием всегда оказывается меньшим, чем перед ним. Такое препятствие называют местным сопротивлением.

Эффект падения давления струи рабочего тела в процессе протекания через сужения в канале называется дросселированием, или мятием.

С процессом дросселирования приходится часто сталкиваться на практике, например при движении воды через неп полностью открытый водопроводный кран или при движении воздуха через неп полностью открытый воздушный шибер. В обоих случаях вследствие сопротивления дроссельного органа (крана или шибера) давление за ним уменьшается.

Выясним основные закономерности процесса дросселирования.

В процессе дросселирования к рабочему телу может подводиться теплота.

Физически падение давления за местным сопротивлением обусловлено диссипацией энергии потока, расходуемой на преодоление этого местного сопротивления.

Рассмотрим процесс течения газа (жидкости) через трубу, имеющую местное сопротивление, например диафрагму (рис. 7.11).

Сечение трубы до и после диафрагмы считаем одинаковым. Скорость потока до и после диафрагмы считаем пренебрежимо малой; это позволяет пренебречь значением кинетической энергии потока по сравнению с его энтальпией.

**Адиабатное дросселирование.** Рассмотрим в первую очередь такой процесс дросселирования, в котором к газу (жидкости) не подводится и от него не отводится теплота — так называемое адиабатное дросселирование. Считаем, что стенки трубы окружены идеальной теплоизоляцией, исключаящей теплообмен с окружающей средой.

Рассмотрим массу газа, заключенного в данный момент между сечениями I (до местного сопротивления) и II (за сопротивлением) (рис. 7.11, а). Поскольку газ движется, то, естественно, зафиксированные нами сечения газа (или невесомые поршни) I и II перемещаются вдоль трубы. Площадь сечения трубы, т.е. площадь сечения этих условных поршней, обозначим  $\Sigma$ . Давление, удельный объем и температуру газа до диафрагмы обозначим  $p_1, v_1$  и  $T_1$ , после диафрагмы —  $p_2, v_2, T_2$ .

За некоторый промежуток времени поршень I переместится вдоль трубы на расстояние  $l_1$ , поршень II — на расстояние  $l_2$ ; поскольку давление и плотность газа за диафрагмой меньше, чем перед диафрагмой, очевидно,  $l_2 > l_1$ . Для того чтобы переместить поршень I на расстояние  $l_1$ , нужно совершить работу, равную:

$$L_1 = p_1 l_1 \Sigma. \tag{7.107}$$

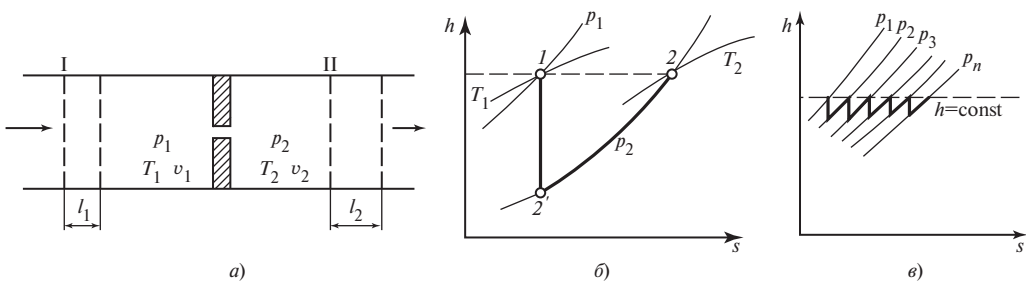


Рис. 7.11



Обозначим:

$$V_1 = l_1 \Sigma; \quad (7.108)$$

здесь  $V_1$  — объем газа, вытесненный поршнем I за рассматриваемый промежуток времени через диафрагму. Так как

$$V_1 = v_1 G, \quad (7.109)$$

где  $G$  — масса газа, прошедшего через дроссель, а  $v_1$  — удельный объем газа до дросселирования, то

$$L_1 = p_1 v_1 G. \quad (7.110)$$

Аналогичным образом подсчитывается работа, которую производит, перемещаясь, поршень II против давления  $p_2$ :

$$L_{II} = p_2 v_2 G. \quad (7.111)$$

При перемещении рассматриваемой нами фиксированной массы газа за определенный промежуток времени совершается работа, равная разности работы  $L_{II}$ , которую производит поршень II, и работы  $L_I$ , которая производится над поршнем I:

$$L = L_{II} - L_I, \quad (7.112)$$

или в соответствии с (7.110) и (7.111):

$$L = (p_2 v_2 - p_1 v_1) G. \quad (7.113)$$

Эта работа затрачивается на преодоление местного сопротивления, превращаясь в теплоту. Напомним, что величину  $(p_2 v_2 - p_1 v_1)$  принято называть работой проталкивания.

Мы рассматриваем адиабатное дросселирование, а в соответствии с уравнением (7.63) работа в адиабатном процессе может быть произведена только за счет уменьшения внутренней энергии системы. Следовательно,

$$L = (u_1 - u_2) G, \quad (7.114)$$

где  $u_1$  и  $u_2$  — внутренняя энергия единицы массы газа соответственно до диафрагмы и после нее.

Приравняв между собой правые части уравнений (7.113) и (7.114), получаем:

$$u_1 + p_1 v_1 = u_2 + p_2 v_2, \quad (7.115)$$

или, что то же самое,

$$h_1 = h_2. \quad (7.116)$$

Мы получили важный вывод — уравнение (7.116) показывает, что в результате адиабатного дросселирования значения энтальпий рабочего тела до местного сопротивления и после него одинаковы.

Мы рассматриваем здесь состояния дросселируемого вещества до дросселя и за дросселем. Следует заметить, что при течении газа (жидкости) внутри дросселя энтальпия газа (жидкости) может изменяться; в самом деле, поскольку дроссель или другое местное сопротивление представляет собой сужение проходного сечения трубы, при протекании через дроссель газ (жидкость) ускоряется, его кинетическая энергия возрастает и, следовательно, энтальпия уменьшается. После того как за дросселем сечение потока газа (жидкости) снова возрастает, поток замедляется (тормозится), его кинетическая энергия уменьшается и энтальпия увеличивается до прежнего значения.

Для лучшего понимания физики процессов, происходящих в потоке при его дросселировании, следует обратиться к полученным ранее уравнениям первого закона термодинамики для потока.

Как показано в § 2.6, уравнение первого закона термодинамики для любого потока (и при отсутствии трения и при наличии его) имеет следующий вид [см. уравнение (2.81б)]:

$$dq_{\text{внеш}} = dh + wdw + gdz + dl_{\text{техн}},$$

или в интегральной форме

$$q_{\text{внеш}} = (h_2 - h_1) + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + l_{\text{техн}}. \quad (7.117)$$

Очевидно, что в случае адиабатного ( $q_{\text{внеш}} = 0$ ) горизонтального ( $z_1 = z_2$ ) потока, скорость которого в рассматриваемых точках относительно мала ( $w_1 \approx w_2 \approx 0$ ), при отсутствии технической работы ( $l_{\text{техн}} = 0$ ), а именно такой поток рассматривается нами при анализе процесса дросселирования, уравнение (7.117) приобретает следующий вид:

$$h_1 = h_2,$$

что совпадает с выводом о неизменности энтальпии в результате адиабатного дросселирования, полученным нами ранее несколько иным путем.

Отсюда следует, что постоянство энтальпии является свойством любого — и обратимого, и необратимого — горизонтального адиабатного потока малой скорости, не совершающего технической работы, и, таким образом, вовсе не является «привилегией» дросселируемого потока. Следовательно, условие постоянства энтальпии само по себе не вскрывает особенностей, характерных только для процесса дросселирования.

Обратимся теперь к полученному в § 2.6 уравнению (2.85) для горизонтального потока с трением, не совершающего технической работы:

$$wdw = -vdp - dl_{\text{тр}}.$$

Если скорость этого потока относительно мала,  $w \approx 0$  (а именно этот случай имеет место при дросселировании), получаем:

$$dl_{\text{тр}} = -vdp, \quad (7.118)$$

т.е. давление вдоль потока падает ( $dp < 0$ ) вследствие затраты потоком работы на преодоление трения ( $dl_{\text{тр}} > 0$  — работа, производимая потоком, положительна). Если бы трение отсутствовало, то давление вдоль потока оставалось бы постоянным.

Отсюда очевидно определенное сходство между процессами дросселирования и трения, хотя первый (в отличие от второго) характеризуется увеличением кинетической энергии потока за счет убыли энтальпии с последующим торможением и обратным переходом кинетической энергии потока в потенциальную, характеризующуюся возрастанием энтальпии до ее первоначального значения; указанный процесс четко иллюстрируется  $h, s$ -диаграммой (рис. 7.11, б). Здесь  $1-2'$  отражает процесс уменьшения энтальпии в дросселе при падении давления от  $p_1$  до  $p_2$ ;  $2'-2$  — процесс торможения потока за дросселем, в результате которого кинетическая энергия потока уменьшается, а энтальпия восстанавливается до первоначального значения. В адиабатном потоке теплота, выделяющаяся при торможении потока, целиком усваивается рабочим телом. Таким образом, в рассмотренном типично необратимом процессе  $h_1 = h_2$ , но  $dh \neq 0$ . При дросселировании через пористую пробку имеет место каскад элементарных рассмотренных процессов (рис. 7.11, в), приближающийся к пределу  $dh = 0$  при увеличении числа пор.

Закономерности, которые будут сформулированы ниже для процесса дросселирования при протекании газа (жидкости) через местное сопротивление, также справедливы и для обычного течения с трением, которое в свете сказанного можно рассматривать как дросселирование, «растянутое» по длине канала.

Может возникнуть вопрос: если адиабатный поток, как показано выше, совершает работу против сил трения или на преодоление местного сопротивления, то почему же его энтальпия сохраняется постоянной? Ведь, казалось бы, она должна уменьшаться, раз энергия потока затрачивается на совершение работы. Энтальпия этого адиабатного потока сохраняется постоянной потому, что работа, совершаемая потоком

(за счет его внутренней энергии) против сил трения,  $l_{\text{тр}}$  превращается, как было отмечено в § 2.6, в теплоту трения  $q_{\text{тр}}$ , которая усваивается потоком. Это видно из уравнения первого закона термодинамики, записанного в виде (2.57):

$$dq = dh - vdp.$$

В самом деле, поскольку при течении с трением величина  $q$ , фигурирующая в этом соотношении, представляет собой сумму теплоты, подводимой к потоку извне,  $q_{\text{внеш}}$  и теплоты трения  $q_{\text{тр}}$

$$q = q_{\text{внеш}} + q_{\text{тр}},$$

уравнение (2.57) приобретает вид:

$$dq_{\text{внеш}} + dq_{\text{тр}} = dh - vdp, \quad (7.119)$$

откуда для адиабатно изолированного потока ( $dq_{\text{внеш}} = 0$ ) получаем:

$$dq_{\text{тр}} = dh - vdp. \quad (7.120)$$

Поскольку теплота трения, разумеется, эквивалентна работе трения, т.е.

$$q_{\text{тр}} = l_{\text{тр}},$$

с учетом (7.118) имеем из (7.120)

$$dh = 0,$$

т.е. полученное нами ранее условие неизменности энтальпии.

Выясним теперь, как изменяются в процессе адиабатного дросселирования остальные параметры газа (энтропия, температура и др.).

Как было отмечено, дросселирование представляет собой существенно необратимый процесс. В самом деле, если представить себе процесс дросселирования идущим в обратном направлении (например, в трубе, изображенной на рис. 7.11, *a*, изменить направление течения газа на обратное), то он по-прежнему будет сопровождаться падением давления при протекании газа через местное сопротивление (дроссель). Это естественно — ведь расход энергии потока на преодоление местного сопротивления будет иметь место независимо от направления течения газа. Поскольку процесс дросселирования явно необратим, энтропия газа (жидкости) в процессе дросселирования возрастает ( $ds > 0$ ). Разумеется, в различных видах процесса дросселирования, отличающихся друг от друга различными количествами теплоты, подводимой к газу в процессе дросселирования, прирост энтропии различен. Рассчитаем прирост энтропии для рассматриваемого нами частного случая дросселирования — адиабатного дросселирования.

Приступая к вычислению изменения энтропии в процессе дросселирования, следует сделать одно существенное замечание. Дифференциальные уравнения термодинамики, которые мы будем использовать для вычисления изменения энтропии, температуры и других параметров вещества при адиабатном дросселировании, применимы, как отмечалось в гл. 3 и 4, только для обратимых процессов. Поэтому для того чтобы иметь возможность воспользоваться этими уравнениями для расчета изменения состояния газа (жидкости) в необратимом процессе адиабатного дросселирования от состояния 1 до состояния 2, мы должны предварительно подобрать схему *обратимого* процесса, переводящего рассматриваемый газ (жидкость) из того же исходного состояния 1 (перед дросселем) в то же конечное состояние 2 (за дросселем). Изменение энтропии будет подсчитано для этого обратимого процесса, но, поскольку энтропия является функцией состояния, разность энтропий газа (жидкости) в состояниях 1 и 2 будет такой же и для интересующего нас процесса дросселирования. Примером условного обратимого процесса может служить обратимый процесс расширения

газа с подводом (отводом) теплоты, осуществляемый таким образом, чтобы энтальпия газа оставалась постоянной<sup>1)</sup>.

Изменение энтропии газа в результате осуществления этого обратимого процесса (равное изменению энтропии при дросселировании газа от состояния 1 до состояния 2) определяется следующим соотношением:

$$s_2(h, p_2) - s_1(h, p_1) = \int_{p_1}^{p_2} \left( \frac{\partial s}{\partial p} \right)_h dp, \quad (7.121)$$

которое с учетом уравнения (4.43) можно записать в виде

$$s_2(h, p_2) - s_1(h, p_1) = - \int_{p_1}^{p_2} \frac{v}{T} dp, \quad (7.122)$$

или, что то же самое,

$$s_2(h, p_2) - s_1(h, p_1) = \int_{p_2}^{p_1} \frac{v}{T} dp \quad (7.122a)$$

(такая запись является более удобной, так как  $p_2 < p_1$ ). Из уравнения (7.122a) следует, что всегда  $s_2 > s_1$ .

Перейдем теперь к вопросу о том, как меняется температура газа или жидкости в процессе адиабатного дросселирования. Поскольку процесс характеризуется условием  $h = \text{const}$ , для решения этого вопроса нужно знать значение производной  $(\partial T / \partial p)_h$ .

Из очевидного соотношения

$$\left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_h \left( \frac{\partial p}{\partial h} \right)_T \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p = -1 \quad (7.123)$$

с учетом уравнений (2.59) и (4.31) получаем:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_h = \frac{T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v}{c_p}. \quad (7.124)$$

Величину  $(\partial T / \partial p)_h$  называют коэффициентом адиабатного дросселирования или дифференциальным дроссель-эффектом; его обозначают

$$\alpha_h = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_h. \quad (7.125)$$

В общем случае величина  $\alpha_h$  отлична от нуля. Явление изменения температуры газов и жидкостей при адиабатном дросселировании называется эффектом

<sup>1)</sup> В отличие от необратимого процесса адиабатного дросселирования обратимый изоэнтальпийный процесс расширения ( $dp < 0$ ) не может быть в то же самое время адиабатным: из уравнения (7.120)

$$dq_{\text{тр}} = dh - vdp$$

очевидно, что при  $dq_{\text{тр}} = 0$  (трение в обратимом процессе отсутствует) и  $dp \neq 0$  энтальпия не может оставаться неизменной ( $dh = 0$ ). Если же представить себе обратимый процесс при  $dq = 0$  и  $dh = 0$ , то, как видно из уравнения (7.120), в этом случае газ просто не будет расширяться ( $dp = 0$ ); иными словами, состояние газа не меняется и, следовательно, процесса как такового нет.

том Джоуля—Томсона; величину  $\alpha_h$  часто называют коэффициентом Джоуля—Томсона. Измеряя дифференциальный дроссель-эффект (весьма малую конечную разность температур  $\Delta T$  при такого же порядка разности давлений по обе стороны дросселя  $\Delta p$ ), можно по результатам этих измерений найти величину  $\alpha_h$ , а зная  $\alpha_h$ , построить  $h, T$ -диаграмму исследуемого вещества, определить теплоемкость  $c_p$ , другие калорические функции, удельный объем и т.д.

Изменение температуры газа (жидкости) в процессе адиабатного дросселирования при значительном перепаде давления на дросселе называют интегральным дроссель-эффектом; он вычисляется из соотношения

$$T_2 - T_1 = \int_{p_1}^{p_2} \alpha_h dp, \quad (7.126)$$

где  $T_1$  и  $T_2$  — температуры дросселируемого вещества соответственно перед дросселем и за ним.

Интегральный дроссель-эффект может достигать весьма большого значения. Например, при адиабатном дросселировании водяного пара от давления 29 400 кПа и температуры 450 °С до давления 98 кПа температура пара уменьшается до 180 °С (т.е. на 270 °С!).

Определение интегрального адиабатного дроссель-эффекта удобно выполнять с помощью  $h, T$ -диаграммы дросселируемого вещества (рис. 7.12). Если известно состояние газа (жидкости) перед дросселем, т.е. его давление  $p_1$  и температура  $T_1$ , и известно давление за дросселем  $p_2$ , то, нанеся точку с параметрами  $p_1$  и  $T_1$  в  $h, T$ -диаграмме (точка 1) и найдя точку пересечения изоэнтальпы  $h_1 = \text{const}$  с изобарой  $p_2 = \text{const}$ , получим температуру за дросселем  $T_2$ .

Следует помнить, что изображенная в  $h, T$ -диаграмме на рис. 7.12 изоэнтальпа 1-2 не есть линия процесса адиабатного дросселирования; в диаграммах состояния могут изображаться только обратимые процессы. Изоэнтальпа 1-2 — это линия обратимого процесса, осуществляемого между теми же состояниями, между которыми осуществляется необратимый процесс адиабатного дросселирования.

Какой же знак имеет адиабатный дроссель-эффект? Иными словами, всегда ли уменьшается температура газа (жидкости) при адиабатном дросселировании? Для ответа на этот вопрос проанализируем соотношение (7.124). Поскольку всегда  $c_p > 0$ , знак коэффициента адиабатного дросселирования  $\alpha_h$  определяется знаком стоящей в числителе правой части уравнения (7.124) величины

$$T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v.$$

Очевидно, что если

$$\left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p < \frac{v}{T}, \quad (7.127)$$

то

$$\alpha_h < 0, \quad (7.128)$$

и тогда в процессе адиабатного дросселирования температура дросселируемого вещества возрастает.

Если

$$\left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p > \frac{v}{T}, \quad (7.129)$$

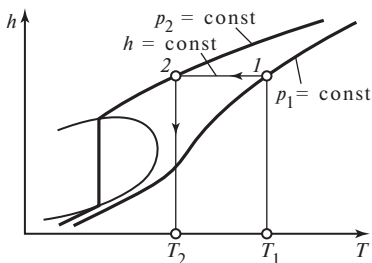


Рис. 7.12

то

$$\alpha_h > 0, \quad (7.130)$$

и тогда в процессе адиабатного дросселирования температура дросселируемого вещества уменьшается. Наконец, если

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{v}{T}, \quad (7.131)$$

то

$$\alpha_h = 0, \quad (7.132)$$

т.е. в процессе адиабатного дросселирования температура вещества не изменяется.

Поскольку для идеального газа

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{v}{T},$$

то *идеальный газ дросселируется без изменения температуры*. Это один из характерных признаков идеального газа. Таким образом, эффект Джоуля—Томсона имеет место только для реальных газов и жидкостей. Как показывают расчеты, для газа, подчиняющегося уравнению Ван-дер-Ваальса, эффект Джоуля—Томсона не равен нулю.

Из опыта известно, что для одного и того же вещества знак  $\alpha_h$  оказывается различным в различных областях состояния. Состояние газа (жидкости), в котором  $\alpha_h$  равно нулю, называют *точкой инверсии* эффекта Джоуля—Томсона. Геометрическое место точек инверсии на диаграмме состояния данного вещества называют *кривой инверсии*.

Точки на кривой инверсии удовлетворяют уравнению (7.132). Пользуясь этим условием, можно найти кривую инверсии с помощью уравнения состояния вещества.

В качестве примера на рис. 7.13 приведена кривая инверсии азота в  $p, T$ -диаграмме. Внутри области, ограниченной кривой инверсии,  $\alpha_h > 0$ , т.е. газ при дросселировании охлаждается. Вне этой области  $\alpha_h < 0$ , т.е. температура газа при дросселировании повышается. Аналогичный характер имеют кривые инверсии других веществ.

На рис. 7.14 изображена построенная в приведенных координатах  $\pi, \tau$  обобщенная инверсионная кривая. Разумеется, как и всякая обобщенная зависимость, эта кривая имеет весьма приближенный характер — реальные инверсионные кривые различных веществ в ряде случаев заметно отклоняются от этой обобщенной зависимости; однако качественный характер кривой инверсии эта диаграмма передает верно. Как видно из этой диаграммы, в обширной области состояний величина  $\alpha_h$  имеет положительное значение (охлаждение газа при дросселировании).

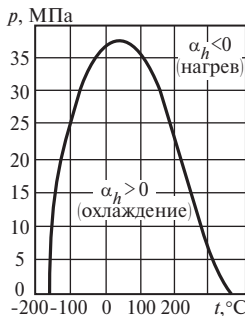


Рис. 7.13

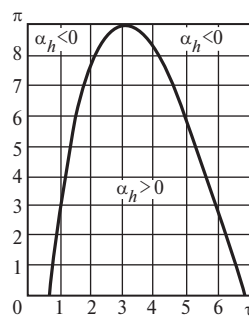


Рис. 7.14

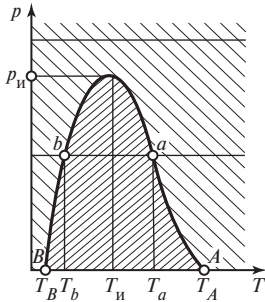


Рис. 7.15

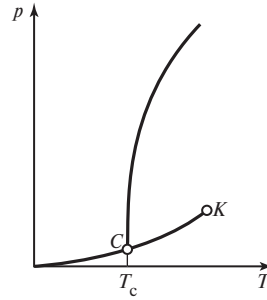


Рис. 7.16

Как видно из рассмотрения кривой инверсии (рис. 7.15), изобары  $p < p_n$  дважды пересекают кривую инверсии (точки  $b$  и  $a$ ): перемещаясь по изобаре в область высоких температур, мы из области  $\alpha_h < 0$  (нагрев газа при дросселировании) попадаем в область  $\alpha_h > 0$  (охлаждение газа при дросселировании), а затем при весьма высоких температурах, в несколько раз превышающих критическую, вновь попадаем в область  $\alpha_h < 0$ . При давлениях  $p > p_n$  при любой температуре  $\alpha_h < 0$ . Точку максимума кривой инверсии называют критической точкой инверсии. Как показывают расчеты, для ван-дер-ваальсова газа параметры критической точки инверсии таковы:

$$p_n = 9p_{кр}; \quad T_n = 3T_{кр}; \quad v_n = v_{кр}. \quad (7.133)$$

Для ван-дер-ваальсова газа можно вычислить, при каких значениях температуры кривая инверсии пересекается с осью абсцисс на  $p, T$ -диаграмме (рис. 7.15). Как показывают эти расчеты,

$$T_A = 6,75T_{кр}; \quad (7.134)$$

$$T_B = 0,75T_{кр}. \quad (7.135)$$

Значение  $T_A$  для реальных газов хорошо согласуется с величиной  $6,75 T_{кр}$ . Что же касается величины  $T_B$  (не путать с температурой Бойля), то ее значение для ван-дер-ваальсова газа не соответствует опытным данным.

Левая ветвь кривой инверсии не доходит до оси ординат в  $p, T$ -диаграмме, поскольку она пересекается с линией насыщения. Ход кривой инверсии вблизи линии насыщения схематически изображен на рис. 7.16. Как видно из  $p, T$ -диаграммы, в некоторой точке  $C$  кривая инверсии соприкасается с линией насыщения. Значения температур, при которых кривая инверсии подходит к линии насыщения, различны для разных веществ. Например, для воды  $T_C = 235^\circ\text{C}$ .

Так как в  $p, T$ -диаграмме изоэнтальпы, изохоры, изоэнтропы и другие кривые для влажного пара сливаются с кривой насыщения и, следовательно,

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h^{дф} = \frac{dT}{dp},$$

то

$$\alpha_h^{дф} = \frac{dT}{dp}, \quad (7.136)$$

т.е. для двухфазной смеси  $\alpha_h^{дф} > 0$ ; влажный пар при адиабатном дросселировании всегда охлаждается.

Адиабатное дросселирование может быть использовано в качестве эффективного способа охлаждения газов. Разумеется, газ будет охлаждаться только в том случае, когда его состояние находится в той области состояний, в которой  $\alpha_h > 0$ , т.е. в области под кривой инверсии.

Поскольку в § 7.4 упоминалось о том, что эффективным способом охлаждения газов является процесс обратимого адиабатного, т.е. изоэнтропного, расширения (с отдачей внешней работы), представляет интерес сравнение этих двух способов охлаждения газов. Выясним, какой из этих двух способов обеспечивает большее понижение температуры. Иными словами, нужно сравнить между собой величины  $(\partial T/\partial p)_h$  и  $(\partial T/\partial p)_s$ .

Производная  $(\partial T/\partial p)_s$ , которая может быть названа коэффициентом обратимого адиабатного (изоэнтропного) расширения и по аналогии с  $\alpha_h$  обозначена  $\alpha_s$ , может быть представлена в следующем виде. Из соотношения

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s \left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_T \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p = -1 \quad (7.137)$$

с учетом уравнения Максвелла (4.22) получаем:

$$\alpha_s = \frac{T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p}{c_p}. \quad (7.138)$$

Коэффициент адиабатного дросселирования (т.е. необратимого адиабатного расширения) в соответствии с уравнением (7.124) равен:

$$\alpha_h = \frac{T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v}{c_p}.$$

Из (7.138) и (7.124) получаем:

$$\alpha_s - \alpha_h = \frac{v}{c_p}. \quad (7.139)$$

Поскольку  $v$  и  $c_p$  всегда положительны, то

$$\alpha_s > \alpha_h. \quad (7.140)$$

Таким образом, процесс обратимого адиабатного расширения (с отдачей внешней работы) обеспечивает более эффективное с точки зрения термодинамики охлаждение газа или жидкости, чем процесс адиабатного дросселирования, т.е. необратимого адиабатного расширения.

Как отмечено выше, адиабатное дросселирование является одним из частных случаев процессов дросселирования, которые различаются количеством теплоты, подводимой к веществу в процессе дросселирования. Понятно, что если имеет место подвод или отвод теплоты через стенки трубы в процессе дросселирования, то условие изоэнтальпийности, справедливое для адиабатного дросселирования, не выполняется и энтальпия газа (жидкости) изменяется. Интересным частным случаем процесса дросселирования является изотермическое дросселирование.

**Изотермическое дросселирование.** Изотермическим дросселированием называют такой процесс дросселирования, в котором к дросселируемому газу (жидкости) подводится такое количество теплоты, чтобы температура газа за дросселем оставалась равной температуре перед дросселем. Изотермическое дросселирование применяется главным образом в теплофизических экспери-



ментах. Коэффициент изотермического дросселирования (изотермический дроссель-эффект), обозначенный  $\alpha_T$ , определяется следующим образом:

$$\alpha_T = - \left( \frac{\partial h}{\partial p} \right)_T. \quad (7.141)$$

Величина  $\alpha_T$  характеризует изменение энтальпии вещества при уменьшении давления в процессе изотермического дросселирования. В соответствии с уравнением (4.31) получаем

$$\alpha_T = T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v. \quad (7.142)$$

В заключение отметим, что удельный объем вещества в процессе дросселирования всегда увеличивается; в самом деле, как известно, величина  $(\partial p / \partial v)_T$  всегда отрицательна; нетрудно показать, что величина  $(\partial p / \partial v)_h$  также всегда отрицательна. Отрицательные значения этих производных свидетельствуют о том, что при снижении давления вещества при дросселировании ( $dp < 0$ ) удельный объем возрастает ( $dv > 0$ ).

Эффект Джоуля—Томсона может быть использован для приведения практических температурных шкал к термодинамической шкале, подобно тому, как это было сделано в § 5.6 на основе использования уравнения Клапейрона—Клаузиуса, т.е. для установления зависимости  $T = f(T^*)$ , где  $T$  и  $T^*$  — температуры соответственно по термодинамической и практической шкалам.

Очевидно, что выражение (7.125) для коэффициента Джоуля—Томсона может быть представлено в виде

$$\alpha_h = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_h = \left( \frac{\partial T^*}{\partial p} \right)_h \frac{dT}{dT^*}. \quad (7.143)$$

Это соотношение связывает истинное значение производной  $(\partial T / \partial p)_h$ , где  $T$  — температура по термодинамической шкале, с экспериментально измеренным дроссель-эффектом  $\alpha_h^* = (\partial T^* / \partial p)_h$ ; понятно, что в этих экспериментах температура измеряется с помощью термометров, градуированных по практической шкале.

Вместе с тем коэффициент Джоуля—Томсона  $\alpha_h$  может быть вычислен с помощью уравнения (7.124), которое может быть записано в следующем виде:

$$\alpha_h = \frac{T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v}{\left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p}. \quad (7.144)$$

Для вычисления  $\alpha_h$  с помощью этого уравнения надо располагать помимо  $T$  значениями  $(\partial v / \partial T)_p$ ,  $c_p = (\partial h / \partial T)_p$  и  $v$ . Значение удельного объема  $v$  почти не изменяется с переходом от практической шкалы к термодинамической; что же касается  $(\partial v / \partial T)_p$  и  $c_p$ , то на их значениях различие в температурных шкалах скажется гораздо сильнее. Очевидно, что

$$\left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = \left( \frac{\partial v}{\partial T^*} \right)_p \frac{dT^*}{dT} \quad \text{и} \quad \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T^*} \right)_p \frac{dT^*}{dT}; \quad (7.145)$$

здесь  $(\partial v / \partial T^*)_p$  и  $c_p^* = (\partial h / \partial T^*)_p$  — значения, полученные из эксперимента с применением термометров, градуированных по практической шкале. С учетом (7.145) уравнение (7.144) записывается следующим образом:

$$\alpha_h = \frac{T \left( \frac{\partial v}{\partial T^*} \right)_p \frac{dT^*}{dT} - v}{c_p^* \frac{dT^*}{dT}}. \quad (7.146)$$

Приравнивая между собой правые части уравнений (7.143) и (7.146), получаем:

$$\alpha_h^* \frac{dT^*}{dT} = \frac{T \left( \frac{\partial v}{\partial T^*} \right)_p \frac{dT^*}{dT} - v}{c_p^* \frac{dT^*}{dT}}, \quad (7.147)$$

откуда после несложных преобразований имеем:

$$d \ln T = \frac{\left( \frac{\partial v}{\partial T^*} \right)_p}{v + \alpha_h^* c_p^*} dT^*. \quad (7.148)$$

Интегрируя это уравнение и потенцируя полученный результат, находим:

$$T_2 = T_1 \exp \left( \int_{T_1^*}^{T_2^*} \frac{\left( \frac{\partial v}{\partial T^*} \right)_p}{v + \alpha_h^* c_p^*} dT^* \right). \quad (7.149)$$

Если известно значение термодинамической температуры  $T_1$  при температуре по практической шкале  $T_1^*$ , то с помощью этого соотношения можно найти значение термодинамической температуры  $T_2$ , соответствующее любой другой точке практической шкалы.

Если при какой-либо температуре принято, что  $T_1 = T_1^*$  (единственная реперная точка), то уравнение (7.149) позволяет установить значение термодинамической температуры в любой точке шкалы.

к оглавлению Главы 7

### 7.7. Адиабатное расширение реального газа в вакуум (процесс Джоуля)

Рассмотрим еще один типичный необратимый процесс в реальном газе — адиабатное расширение газа в вакуум без отдачи внешней работы.

Ранее, в § 2.4, мы рассмотрели этот процесс применительно к идеальному газу. Напомним, что экспериментальное изучение процесса адиабатного расширения без отдачи внешней работы газа, близкого к идеальному, позволило Гей-Люссаку, а затем Джоулю установить, что температура идеального газа в результате этого процесса не изменяется; это в свою очередь позволило установить важное свойство идеального газа — независимость внутренней энергии от объема.

Выясним теперь закономерности процесса адиабатного расширения реального газа в вакуум.

Схема осуществления процесса остается прежней: рассматривается сосуд, разделенный выдвигающейся перегородкой на две части — одну, имеющую объем  $V_1$  (эта часть сосуда заполнена газом, его температура  $T_1$ ), и другую, имеющую объем  $V_{\text{вак}}$  (в этой части сосуда создан вакуум) (рис. 7.17, а). Сосуд снабжен идеальной теплоизоляцией, исключаящей теплообмен с внешней средой. Перегородка выдвигается, и газ расширяется в объем  $V_{\text{вак}}$ ; в результате расширения давление газа уменьшается, а его объем становится равным всему объему сосуда:  $V_2 = V_1 + V_{\text{вак}}$  (рис. 7.17, б).

Выясним, как изменяются в результате опыта температура газа и его энтропия.

Напомним, что, как показано в § 2.3, в случае, когда давление внутри системы (в данном случае давление газа в объеме  $V_1$ ) не равно давлению окружающей среды (в данном случае в объеме  $V_{\text{вак}}$ ), т.е. когда процесс расширения сис-

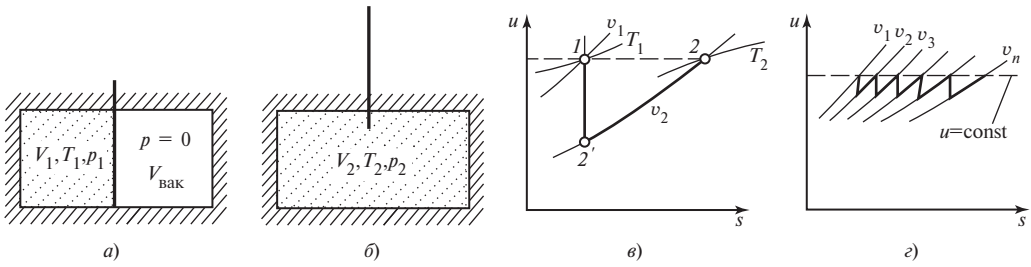


Рис. 7.17

темы происходит неравновесно, дифференциал работы расширения следует записывать в виде  $p_c dV$ , где  $p_c$  — давление окружающей среды; следовательно, уравнение первого закона термодинамики (2.40) для случая неравновесного процесса расширения может быть записано в виде

$$dQ = dU + p_c dV. \quad (7.150)$$

Применительно к рассматриваемому процессу адиабатного ( $dQ = 0$ ) расширения реального газа в вакуум ( $p_c = 0$  и, следовательно,  $dL = p_c dV = 0$  — газ расширяется, не совершая работы) получаем отсюда:

$$dU = 0 \quad (7.151)$$

и, следовательно,

$$U = \text{const},$$

т.е. в процессе адиабатного расширения газа в вакуум внутренняя энергия газа остается неизменной (применительно к идеальному газу этот вывод уже был получен ранее, в § 2.4, при рассмотрении опыта Гей-Люссака—Джоуля).

В процессе расширения в вакуум газ вначале приобретает кинетическую энергию за счет убыли внутренней энергии. Затем в результате полного торможения потока газа по окончании его перетекания в ранее вакуумированную часть сосуда внутренняя энергия восстанавливается до начального значения. Этот процесс иллюстрируется рис. 7.17, в, где на участке 1-2' происходит уменьшение внутренней энергии, в результате которого возникает кинетическая энергия перемещения рабочего тела, а на участке 2'-2 происходит восстановление внутренней энергии в результате процесса торможения. В этом процессе  $u_1 = u_2$ , т.е. внутренняя энергия газа по окончании процесса равна внутренней энергии до начала процесса, хотя в течение самого процесса расширения в соответствии со сказанным выше внутренняя энергия газа вначале уменьшается, а затем возрастает до прежнего значения. В связи с этим очевидна некоторая условность равенства (7.151). Однако если представить себе каскад подобных элементарных процессов, т.е. процессов заполнения рабочим телом большого количества последовательно подключаемых вакуумированных элементарных сосудов, то в пределе процесс будет стремиться к  $dU = 0$  (рис. 7.17, г).

Вновь подчеркнем важное обстоятельство, уже отмечавшееся в предыдущем параграфе. Для того чтобы иметь возможность воспользоваться для расчета изменения температуры и энтропии дифференциальными уравнениями термодинамики, которые, как известно, справедливы только для обратимых процессов, мы должны «подобрать» схему обратимого процесса, переводящего рассматриваемую систему из исходного состояния 1 в конечное состояние 2. Поскольку эти состояния характеризуются одним и тем же значением внутренней энергии  $U$ , то в качестве процесса, переводящего газ из состояния 1 в состояние 2, может быть использован любой обратимый процесс, в котором внутренняя энергия системы остается постоянной. [Понятно, что, поскольку обратимое расширение газа обязательно сопровождается совершением работы,

этот обратимый процесс не будет адиабатным — ведь для того чтобы сохранить внутреннюю энергию постоянной, нужно будет подводить к газу теплоту, равную работе расширения газа: из уравнения первого закона термодинамики (2.40)

$$dQ = dU + pdV$$

для  $dU = 0$  получаем

$$dQ = pdV.]$$

С учетом этого замечания перейдем к вычислению изменения  $T$  и  $s$  газа в рассматриваемом процессе.

Изменение температуры газа при изменении объема в процессе  $U = \text{const}$  определяется очевидным соотношением

$$T_2(U, V_2) - T_1(U, V_1) = \int_{V_1}^{V_2} \left( \frac{\partial T}{\partial V} \right)_U dV, \quad (7.152)$$

или, если перейти к удельным величинам,

$$T_2(u, v_2) - T_1(u, v_1) = \int_{v_1}^{v_2} \left( \frac{\partial T}{\partial v} \right)_u dv. \quad (7.152a)$$

Фигурирующую в этом соотношении частную производную  $(\partial T / \partial v)_u$  можно преобразовать следующим образом:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial v} \right)_u = - \left( \frac{\partial T}{\partial u} \right)_v \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T. \quad (7.153)$$

С учетом (2.44) и (4.25) получаем отсюда:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial v} \right)_u = \frac{p - T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v}{c_v}. \quad (7.153a)$$

Подставляя найденное значение  $(\partial T / \partial v)_u$  в уравнение (7.152a), получаем:

$$T_2(u, v_2) - T_1(u, v_1) = \int_{v_1}^{v_2} \frac{p - T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v}{c_v} dv. \quad (7.154)$$

Это соотношение показывает, что в общем случае температура газа при адиабатном расширении в вакуум уменьшается; поскольку для реального вещества всегда

$$\left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T = T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p > 0 \quad \text{и} \quad c_v > 0,$$

то, следовательно, в рассматриваемом процессе

$$T_2 < T_1.$$

Для идеального газа, как показано в § 2.4, адиабатное расширение в вакуум не сопровождается изменением температуры. В самом деле, поскольку для идеального газа в соответствии с уравнением (2.47)

$$\left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T^{\text{ид}} = 0,$$

то, как видно из (7.153),

$$\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_u^{\text{ид}} = 0.$$

Располагая значениями  $v_2$  и  $T_2$ , нетрудно (с помощью диаграмм состояния или таблиц термодинамических свойств) найти давление газа  $p_2$  в сосуде после расширения.

Изменение энтропии газа в рассматриваемом процессе определяется очевидным соотношением

$$s_2(u, v_2) - s_1(u, v_1) = \int_{v_1}^{v_2} \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_u dv. \quad (7.155)$$

С учетом уравнения (4.41)

$$\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_u = \frac{p}{T}$$

получаем:

$$s_2(u, v_2) - s_1(u, v_1) = \int_{v_1}^{v_2} \frac{p}{T} dv. \quad (7.156)$$

Интеграл уравнения (7.156) вычисляется с помощью таблиц термодинамических свойств газов [строится зависимость  $p/T = f(v)$  для  $u = \text{const}$ , которая затем интегрируется в пределах от  $v_1$  до  $v_2$ ].

Поскольку интеграл, стоящий в правой части этого равенства, всегда положителен, то, следовательно, всегда  $s_2 > s_1$ , т.е. энтропия в процессе Джоуля, являющемся типично необратимым процессом, возрастает.

Для идеального газа, подставляя величину  $p/T$  из уравнения Клапейрона

$$\frac{p}{T} = \frac{R}{v},$$

получаем из (7.156):

$$s_2(u, v_2) - s_1(u, v_1) = R \ln \frac{v_2}{v_1}, \quad (7.157)$$

отсюда для  $G$  кг газа имеем:

$$S_2 - S_1 = G R \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

к оглавлению Главы 7

### 7.8. Процессы смешения

В различных устройствах и аппаратах часто приходится иметь дело со смешением различных газов (жидкостей) или же разных порций одного и того же газа (жидкости) при различных параметрах обоих компонентов. При рассмотрении процессов смешения задача обычно состоит в определении параметров состояния смеси по известным параметрам состояния компонентов, составляющих эту смесь. Решение этой задачи будет различным в зависимости от тех условий, при которых осуществляется этот процесс. Различные способы осуществления процесса смешения рассмотрены ниже.

Мы ограничимся здесь рассмотрением процессов смешения одного и того же газа (жидкости) при различных параметрах смешивающихся порций вещества.

Поскольку в настоящей книге мы не касаемся вопросов термодинамики растворов, не будем рассматривать процессы смешения различных газов и жидкостей.

Процесс смешения будем рассматривать происходящим без подвода теплоты к веществам или отвода от них при смешении, т.е. адиабатно. Что же касается смешения при наличии подвода теплоты, то очевидно, что его можно мысленно расчленить на два этапа — смешение без подвода теплоты и затем подвод теплоты к получаемой смеси. Таким образом, неадиабатное смешение может быть сведено к адиабатному с последующим теплообменом.

**Процесс смешения в постоянном объеме.** Рассмотрим процесс смешения, происходящий в некотором сосуде с постоянным объемом  $V$ . Пусть этот сосуд разделен перегородкой на два отсека, в одном из которых находится газ (жидкость) с параметрами  $p_1, v_1, T_1, u_1$ , в другом — тот же газ (жидкость) с параметрами  $p_2, v_2, T_2, u_2$  (рис. 7.18, а). Массу газа в одном отсеке и объем этого отсека обозначим соответственно  $G_1$  и  $V_1$ , а в другом отсеке —  $G_2$  и  $V_2$ . Очевидно, что если убрать перегородку, разделяющую эти отсеки, то произойдет смешение обеих частей газа. В результате смешения давление, температура и плотность газа по всему объему сосуда выравниваются (рис. 7.18, б). Значения параметров состояния газа после смешения обозначим  $p, v, T, u$ .

Поскольку, как мы условились, рассматриваем процесс смешения в сосуде, снабженном адиабатной оболочкой, и поскольку объем сосуда постоянен, то очевидно, что в данном случае мы имеем дело с изолированной термодинамической системой, подробно рассмотренной в гл. 5. Напомним, что в такой системе, в соответствии с (5.79)—(5.81)

$$V = V_1 + V_2 = \text{const};$$

$$U = U_1 + U_2 = \text{const}.$$

Масса газа после смешения

$$G = G_1 + G_2.$$

Из (5.81) и (5.80) следует, что

$$u_1 G_1 + u_2 G_2 = u(G_1 + G_2). \quad (7.158)$$

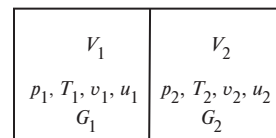
Внутренняя энергия газа после смешения определяется следующим образом:

$$u = \frac{u_1 G_1 + u_2 G_2}{G_1 + G_2}. \quad (7.159)$$

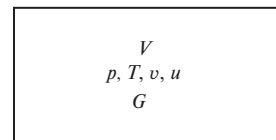
Далее по аналогии с предыдущим из (5.79) и (5.80) следует:

$$v = \frac{v_1 G_1 + v_2 G_2}{G_1 + G_2}. \quad (7.160)$$

Рассматриваемый процесс смешения является существенно необратимым. В самом деле, для того чтобы вновь разделить газ в сосуде на две части, имеющие существенно различные температуры и давления, надо было бы затратить внешнюю работу, тогда как процесс смешения (выравнивания температур и давлений) идет самопроизвольно. Как и во всяком необратимом процессе, в рассматриваемом процессе смешения энтропия возрастает. Этот вывод очевиден и из иных соображений: поскольку, как показано в гл. 3, любые процессы в изолированной термодинамической системе приводят к увеличению энтропии системы, очевидно, что и в рассматриваемом нами процессе смешения энтропия газа возрастает.



а)



б)

Рис. 7.18

Что касается остальных параметров газа после смешения ( $p, T$ ), то для реальных газов и жидкостей они аналитически в общем виде через значения параметров первой и второй частей рассматриваемой системы (т.е. компонентов смеси) определены быть не могут. Для их определения можно воспользоваться  $u, v$ -диаграммой, на которой нанесены изобары и изотермы, или  $u, T$ -диаграммой с нанесенными на ней изохорами и изобарами; определив с помощью соотношений (7.159) и (7.160)  $u$  и  $v$  газа после смешения, из диаграмм можно найти  $p, T, s$ .

Значения  $T$  и  $v$  газа после смешения могут быть непосредственно выражены через известные значения параметров состояния смешиваемых порций газа только для идеального газа.

В этом случае температура газа после смешения  $T$  определяется следующим образом. Для идеального газа, теплоемкость которого постоянна,

$$u_1 = c_v T_1; \quad u_2 = c_v T_2 \quad \text{и} \quad u = c_v T \quad (7.161)$$

(для идеальных газов, теплоемкость которых меняется с температурой, в этих соотношениях будет фигурировать средняя теплоемкость  $c_v^{cp}$ )<sup>1)</sup>.

С учетом этого обстоятельства получаем из (7.158):

$$T = \frac{G_1 T_1 + G_2 T_2}{G_1 + G_2}. \quad (7.162)$$

Давление газа после смешения  $p$  определяется по уравнению Клапейрона

$$p = \frac{(G_1 + G_2)RT}{V}, \quad (7.163)$$

где  $T$  — температура газа после смешения, определяемая соотношением (7.162);  $V$  — объем сосуда;  $(G_1 + G_2)$  — суммарная масса газа;  $R$  — газовая постоянная смеси, определяемая уравнением (1.59).

Зная  $T$  и  $p$  этого идеального газа после смешения, нетрудно определить его энтропию с помощью соотношения (6.105).

**Процесс смешения в потоке.** Важной разновидностью процессов смешения является смешение в потоке, которое можно представить себе следующим образом (рис. 7.19). По трубопроводу  $A$  в камеру смешения поступает газ (жидкость), параметры состояния которого  $p_1, v_1, T_1, h_1$ , а по трубопроводу  $B$  — газ (жидкость) с параметрами  $p_2, v_2, T_2, h_2$ . Расход газа через трубопровод  $A$  равен  $G_1$ , через трубопровод  $B$  —  $G_2$ . На входе в камеру смешения эти газовые потоки дросселируются, с тем чтобы давление в камере смешения  $p$  было меньше, чем давления  $p_1$  и  $p_2$  (если бы  $p$  было больше одного из давлений, например  $p > p_1$ , то тогда из камеры смешения газ устремился бы в трубопровод  $A$ ).

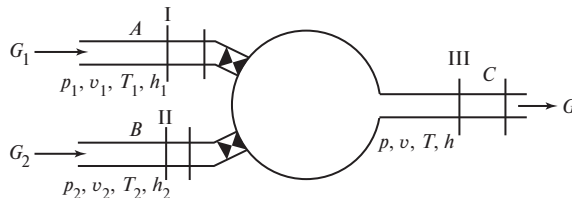


Рис. 7.19

<sup>1)</sup> В данном случае, как видно из (7.161), внутренняя энергия идеального газа отсчитывается от 0 К. Следует, однако, подчеркнуть, что выбор начала отсчета никак не сказывается на результатах приводимого расчета величины  $T$ .

Следует подчеркнуть, что давление  $p$  в камере смешения может быть выбрано различным в зависимости от степени раскрытия вентилей на трубопроводах  $A$  и  $B$ ; этим процесс смешения в потоке существенно отличается от рассмотренного выше смешения в объеме, где давление смеси однозначно определяется исходными параметрами смешиваемых порций газа.

Из камеры смешения газ, имеющий параметры  $p, v, T$ , отводится по трубопроводу  $C$ . Расход газа в трубопроводе  $C$  обозначим  $G$ . Очевидно, что

$$G = G_1 + G_2.$$

Как и прежде, считаем, что процесс смешения происходит адиабатно — камера смешения снабжена идеальной теплоизоляцией.

Смешение в потоке, естественно, также является необратимым процессом. При этом дополнительная необратимость возникает в том случае, когда скорости потоков первого и второго газов различны. Однако для большинства технически важных процессов скорости газовых потоков достаточно малы, так что кинетической энергией этих потоков можно пренебречь.

Для того чтобы выяснить основные закономерности процесса смешения в потоке, используем тот же способ, что и при анализе процесса дросселирования: мысленно выделим в трубопроводах  $A, B$  и  $C$  сечения потоков (I, II и III на рис. 7.19).

Поскольку газ в трубопроводах движется, то, естественно, зафиксированные нами сечения (или невесомые поршни) I, II и III перемещаются вдоль труб. Площади сечения трубопроводов  $A, B$  и  $C$  (т.е. площади сечения поршней I, II и III) обозначим соответственно  $\Sigma_1, \Sigma_2$  и  $\Sigma_3$ .

За некоторый промежуток времени поршень I переместится на расстояние  $l_1$ , поршень II — на расстояние  $l_2$ , поршень III — на расстояние  $l_3$ .

Для перемещения поршня I на расстояние  $l_1$  должна быть совершена работа

$$L_1 = p_1 l_1 \Sigma_1. \quad (7.164)$$

Обозначим:

$$V_1 = l_1 \Sigma_1, \quad (7.165)$$

при этом  $V_1$  — объем газа, вытесненный поршнем I за рассматриваемый промежуток времени. Поскольку

$$V_1 = v_1 G_1, \quad (7.166)$$

то

$$L_1 = p_1 v_1 G_1. \quad (7.167)$$

Аналогичным образом можно показать, что работа, совершаемая для перемещения поршня II, равна

$$L_{II} = p_2 v_2 G_2 \quad (7.168)$$

и работа, которую совершает, перемещаясь, поршень III, равна

$$L_{III} = p v G. \quad (7.169)$$

В общем совершается работа, равная

$$L = L_{III} - (L_1 + L_{II}).$$

С учетом (7.167), (7.168) и (7.169) получаем:

$$L = p v G - p_1 v_1 G_1 - p_2 v_2 G_2. \quad (7.170)$$

Вместе с тем известно, что работа в адиабатном процессе может быть произведена только за счет уменьшения внутренней энергии системы:

$$L = uG - (u_1 G_1 + u_2 G_2). \quad (7.171)$$



Приравнивая между собой правые части уравнений (7.170) и (7.171), получаем:

$$(u + pv)G = (u_1 + p_1v_1)G_1 + (u_2 + p_2v_2)G_2, \quad (7.172)$$

или

$$hG = h_1G_1 + h_2G_2. \quad (7.173)$$

Отсюда следует, что энтальпия смеси, полученной в результате смешения в потоке, определяется следующим образом:

$$h = \frac{h_1G_1 + h_2G_2}{G}. \quad (7.174)$$

Зная энтальпию  $h$  и давление  $p$  газа после смешения, с помощью диаграмм состояния газа  $h, T$ ;  $h, p$ ;  $h, s$  можно найти остальные параметры смеси ( $T, v, s$  и др.).

В случае смешения потоков идеального газа, имеющих различные параметры, величины  $v$  и  $T$  могут быть выражены аналитически, через известные значения параметров смешиваемых потоков газа.

Поскольку для идеального газа, теплоемкость которого постоянна,

$$h_1 = c_p T_1; \quad h_2 = c_p T_2 \quad \text{и} \quad h = c_p T \quad (7.175)$$

(для идеального газа, теплоемкость которого зависит от температуры, в этих соотношениях будет фигурировать средняя теплоемкость  $c_p^{cp}$ )<sup>1)</sup>, с учетом (7.175) получаем из (7.174):

$$T = \frac{T_1G_1 + T_2G_2}{G}. \quad (7.176)$$

Зная определенную таким образом температуру  $T$  газа и давление  $p$  газа в камере смешения, с помощью уравнения Клапейрона нетрудно определить удельный объем газа после смешения:

$$v = \frac{RT}{p}, \quad (7.177)$$

где  $R$  — газовая постоянная смеси, определяемая по уравнению (1.59).

Энтальпия идеального газа однозначно определяется его температурой и давлением.

**Смешение при заполнении объема.** Третьей важной разновидностью процессов смешения является так называемое смешение при заполнении объема, когда в сосуд постоянного объема  $V_1$ , содержащий газ (жидкость) с параметрами  $p_1, v_1, T_1$  (массу газа в сосуде обозначим  $G_1$ ), вводится по трубопроводу некоторое определенное количество того же газа (жидкости) с параметрами  $p_2, v_2, T_2$  (массу газа, вводимого в сосуд, обозначим  $G_2$ ) (рис. 7.20). Понятно, что давление  $p_2$  должно быть больше, чем  $p_1$ .

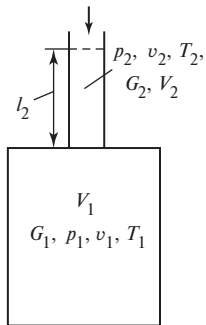


Рис. 7.20

По-прежнему рассматриваем случай адиабатного смешения. Обозначим сечение трубопровода, по которому к сосуду подводится газ, через  $\Sigma$ , объем, занимаемый  $G_2$  кг газа при давлении  $p_2$  и температуре  $T_2$ , — через  $V_2$ , а длину трубопровода, которую занимает вводимая в сосуд масса газа, — через  $l_2$ . С помощью рассуждений, аналогичных изложенным при рассмотрении предыдущего способа сме-

<sup>1)</sup> Энтальпия здесь отсчитывается от 0 К.

шения, получим, что работа, которая должна быть совершена для того, чтобы ввести в сосуд газ, находящийся в трубопроводе, равна:

$$L_{\Pi} = \Sigma \cdot l_2 p_2 = V_2 p_2 = v_2 p_2 G_2. \quad (7.178)$$

Поскольку объем сосуда постоянен, очевидно, что ни газ в сосуде до смешения, ни газ в сосуде после смешения, давление которого возрастает по сравнению с давлением  $p_1$ , работы не совершают.

Таким образом, в рассматриваемом процессе смешения совершается лишь работа, производимая над газом, находящимся в сосуде до смешения:

$$L = -L_{\Pi} = -p_2 v_2 G_2. \quad (7.179)$$

Однако, как и во всяком адиабатном процессе, в рассматриваемом процессе работа может быть проведена только за счет уменьшения внутренней энергии системы:

$$L = (u_1 G_1 + u_2 G_2) - u G, \quad (7.180)$$

где  $u_1$ ,  $u_2$  и  $u$  — внутренние энергии соответственно газа в сосуде до смешения, газа в трубопроводе и газа после смешения;  $G$  — масса смеси; очевидно, что

$$G = G_1 + G_2.$$

Приравняв правые части уравнений (7.179) и (7.180), получаем:

$$u G = u_1 G_1 + (u_2 + p_2 v_2) G_2, \quad (7.181)$$

или

$$u G = u_1 G_1 + h_2 G_2, \quad (7.182)$$

откуда

$$u = \frac{u_1 G_1 + h_2 G_2}{G_1 + G_2}. \quad (7.183)$$

Поскольку известен объем сосуда  $V_1$  и масса смеси  $(G_1 + G_2)$ , нетрудно определить удельный объем смеси:

$$v = \frac{V_1}{G_1 + G_2}. \quad (7.184)$$

Зная  $u$  и  $v$ , с помощью диаграмм состояния можно определить остальные параметры смеси ( $p$ ,  $T$ ,  $s$ ).

Для идеальных газов методом, аналогичным примененному для других способов смешения, можно получить соотношение для расчета  $T$  и  $p$  газа после смешения по известным значениям  $p_1$ ,  $T_1$ ,  $p_2$  и  $T_2$ .

Поскольку для идеального газа (теплоемкость считаем не зависящей от температуры)

$$u_1 = c_v T_1; \quad h_2 = c_p T_2; \quad u = c_v T, \quad (7.185)$$

получаем из (7.182):

$$T = \frac{T_1 G_1 + k T_2 G_2}{G_1 + G_2}, \quad (7.186)$$

где  $k$  — показатель изэнтропы идеального газа, определяемый по уравнению (7.55).

Давление газа после смешения  $p$  определяем из уравнения Клапейрона:

$$p = (G_1 + G_2) \frac{RT}{V_1}. \quad (7.187)$$

Зная  $T$  и  $p$ , нетрудно найти энтропию этого идеального газа.

## 7.9. Процессы сжатия в компрессоре

Компрессором называют машину для сжатия газов. Различные типы компрессоров широко применяются в самых разнообразных областях техники.

По конструкционным признакам компрессоры подразделяют на две группы: объемные (или, как их иногда называют, компрессоры статического сжатия) и лопаточные (или компрессоры динамического сжатия).

В свою очередь объемные компрессоры делятся на два типа — поршневые и ротационные.

**Поршневые и ротационные компрессоры. Индикаторная диаграмма.** Принцип действия поршневого компрессора таков (рис. 7.21): в цилиндре 1 движется поршень 2, совершающий возвратно-поступательное движение. При движении поршня слева направо происходит всасывание рабочего тела (при этом клапан 3 открыт) при практически постоянном давлении (в частности, если в компрессоре сжимается атмосферный воздух, то в течение процесса всасывания давление воздуха в цилиндре несколько ниже атмосферного). После того как поршень дойдет до правого крайнего положения, процесс всасывания закончится, клапан 3 закроется и поршень начнет двигаться в обратном направлении — справа налево. Давление газа в цилиндре повышается. Когда давление газа достигнет значения, несколько превышающего давление в резервуаре, куда подается газ, откроется клапан 4 и сжатый газ поступит в этот резервуар. Дойдя до левого крайнего положения, поршень вновь начинает двигаться слева направо, и процесс повторится.

Поршню сообщается возвратно-поступательное движение через кривошипно-шатунный механизм от внешнего источника работы (электромотора, двигателя внутреннего сгорания и т.п.).

В ротационном компрессоре роль поршня выполняет ротор. На рис. 7.22 показана схема одного из видов ротационных компрессоров — пластинчатого компрессора. В корпусе компрессора 1 вращается ротор 2, расположенный эксцентрично относительно корпуса. В теле ротора имеются пазы, в них скользят пластинки 3, которые под действием центробежной силы всегда прижаты к стенке корпуса. По входному патрубку 4 в корпус компрессора засасывается газ из резервуара низкого давления. Порция газа, находящегося между двумя соседними пластинками, сжимается, поскольку, как видно из рис. 7.22, объем этого газа уменьшается при вращении ротора за счет эксцентricности ротора относительно корпуса. Сжатый газ выбрасывается в выходной патрубок 5. Как видно из этой схемы, принцип действия ротационного компрессора аналогичен принципу действия поршневого компрессора — и в том и в другом случае сжатие газа осуществляется за счет уменьшения объема, в котором заключен газ.

Качественно иной принцип действия положен в основу лопаточных компрессоров, которые подразделяются на два типа — центробежные и осевые (или аксиальные).

Принцип действия лопаточных компрессоров ясен из схемы центробежного компрессора, представленной на рис. 7.23. На валу 1 укреплен диск 2, снабженный рабочими лопатками. Вал с диском вращается, и газ, всасываемый через входной патрубок (на рис. 7.23 слева) и поступающий в зазор между лопатками, захватывается этими лопатками и приобретает высокую скорость — вращение диска сообщает газу большую кинетическую энергию. Далее этот газ, имеющий высокую скорость, поступает в диффузор 3, лопатки которого укреплены в неподвижном корпусе 4 компрессора. В диффузоре скорость газа уменьшается, и за счет торможения его кинетическая энергия превращается в потенциальную энергию давления. Газ высокого давления отводится через выходной патрубок.

В осевом компрессоре газ перемещается вдоль оси и сжимается в нескольких ступенях, состоящих из рабочих колес и направляющих аппаратов.

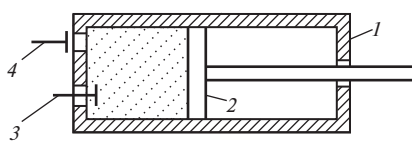


Рис. 7.21

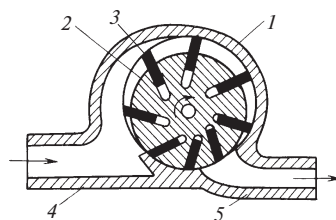


Рис. 7.22

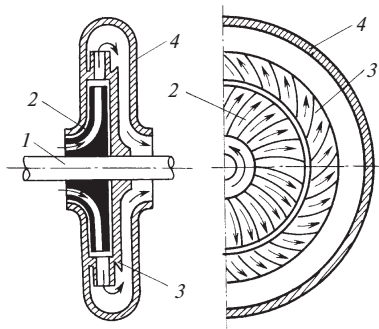


Рис. 7.23

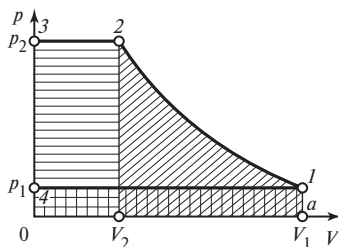


Рис. 7.24

Несмотря на большие конструкционные различия компрессоров разных типов, термодинамические принципы их действия аналогичны.

Рассмотрим вначале процесс сжатия в поршневом компрессоре.

Анализ этого процесса удобно проводить с помощью так называемой индикаторной диаграммы компрессора. Эта диаграмма показывает зависимость давления в цилиндре компрессора от переменного объема газа в цилиндре или, что то же самое, от хода поршня (рис. 7.24). Индикаторная диаграмма записывается специальным прибором — динамометрическим индикатором, присоединенным к компрессору.

Точка 1 соответствует такому положению поршня в цилиндре компрессора, когда весь компрессор заполнен газом низкого давления (поршень находится в крайнем правом положении). Объем газа при этом равен  $V_1$ . Кривая 1-2 соответствует процессу сжатия газа в компрессоре от давления  $p_1$  до давления  $p_2$  при закрытых всасывающем и нагнетательном клапанах. В точке 2 процесс сжатия заканчивается — газ достигает нужного давления  $p_2$ . Объем газа в конце процесса сжатия (точка 2) обозначим  $V_2$ . Поскольку в течение процесса сжатия оба клапана (всасывающий и нагнетательный) остаются закрытыми, количество газа в процессе сжатия неизменно. Точка 2 соответствует моменту открытия нагнетательного клапана, а линия 2-3 — процессу выталкивания газа из цилиндра в резервуар высокого давления. В процессе 2-3 количество газа, находящегося в цилиндре, уменьшается. Точка 4 соответствует открытию всасывающего клапана, а линия 4-1 изображает процесс всасывания в цилиндр газа из резервуара низкого давления  $p_1$ . В процессе 4-1 количество газа в цилиндре увеличивается от нуля до значения, соответствующего заполнению цилиндра в точке 1.

Не следует смешивать индикаторную диаграмму с  $p, V$ -диаграммой:  $p, V$ -диаграмма строится для постоянного количества вещества, а индикаторная диаграмма, как мы видим, изображает процессы в цилиндре, количество газа в котором переменное<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Свойствами  $p, V$ -диаграммы обладает лишь та часть индикаторной диаграммы, которая соответствует процессу с постоянным количеством вещества, т.е. кривая 1-2.

**Техническая работа компрессора.** Перейдем теперь к основной задаче термодинамического рассмотрения процесса сжатия в компрессоре — определим работу, которая затрачивается на сжатие газа. Работа, затрачиваемая на сжатие газа в процессе 1-2, определяется соотношением

$$L_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p \, dV. \quad (7.188)$$

Численное значение интеграла в этом уравнении всегда отрицательно, так как работа совершается над газом ( $V_1 > V_2$  и, следовательно,  $L_{1-2} < 0$ ). На индикаторной диаграмме (см. рис. 7.24) величина  $L_{1-2}$  изображается площадью под кривой 1-2 (косая штриховка).

Работа, совершаемая над сжатым газом в процессе выталкивания этого газа из цилиндра компрессора в резервуар высокого давления (процесс 2-3), вычисляется с помощью очевидного соотношения

$$L_{2-3} = -p_2 Fx, \quad (7.189)$$

где  $F$  — площадь поршня;  $x$  — ход поршня (расстояние, на которое перемещается поршень в процессе 2-3). Ясно, что  $Fx = V_2$ <sup>1)</sup> и, следовательно,

$$L_{2-3} = -p_2 V_2. \quad (7.190)$$

Как видим, величина  $L_{2-3}$  отрицательна, так как в процессе 2-3 работа производится над газом. Величина  $L_{2-3}$  соответствует на индикаторной диаграмме площади прямоугольника под процессом 2-3 (горизонтальная штриховка).

Точка 4 на индикаторной диаграмме соответствует началу процесса всасывания газа низкого давления. Поскольку изменение давления в цилиндре от  $p_2$  (в момент закрытия клапана 4) до  $p_1$  (в момент открытия клапана 3) происходит, как видно из диаграммы, без изменения объема ( $V_3 = V_4 = 0$ ), в процессе 3-4 работа не совершается:

$$L_{3-4} = 0; \quad (7.191)$$

Наконец, по аналогии с (7.190) очевидно, что работа в процессе 4-1 всасывания газа в цилиндре компрессора равна:

$$L_{4-1} = p_1 V_1; \quad (7.192)$$

величина  $L_{4-1}$  положительна, так как в этом случае расширяющийся газ совершает (отдает) работу. На индикаторной диаграмме  $L_{4-1}$  изображается площадью под прямой 4-1 (вертикальная штриховка).

Суммируя значения  $L_{1-2}$ ,  $L_{2-3}$ ,  $L_{3-4}$  и  $L_{4-1}$ , получаем из (7.188)—(7.192) для работы всего цикла 1-2-3-4-1:

$$L = p_1 V_1 - p_2 V_2 + \int_{V_1}^{V_2} p \, dV. \quad (7.193)$$

Применяя для величины  $pdV$  преобразование

$$pdV = d(pV) - Vdp, \quad (7.194)$$

<sup>1)</sup> Без учета так называемого «вредного пространства» между головкой цилиндра и крайним левым положением поршня (левой мертвой точкой). Как будет показано ниже, вредное пространство уменьшает количество всасываемого рабочего тела.

интеграл правой части уравнения (7.193) можно преобразовать следующим образом:

$$\int_{V_1}^{V_2} p \, dV = (p_2 V_2 - p_1 V_1) - \int_{p_1}^{p_2} V \, dp. \quad (7.195)$$

Подставляя (7.195) в уравнение (7.193), получаем для работы поршневого компрессора:

$$L = - \int_{p_1}^{p_2} V \, dp. \quad (7.196)$$

Как видно из индикаторной диаграммы, величина  $L$  изображается площадью  $1-2-3-4-1$ . Величина  $L$  отрицательна, поскольку для того, чтобы сжать газ в компрессоре, нужно затратить работу, подводимую от *внешнего источника*. Величина  $L$  носит название *технической работы* компрессора; как видим, она существенно отличается от  $L_{1-2}$  — собственно работы сжатия газа в компрессоре.

Если обозначить массу газа, сжимаемого компрессором за один цикл<sup>1)</sup>,  $G$ , то с учетом того, что  $V = vG$ , а величина  $G$  в процессе сжатия остается постоянной, получим из (7.196) для технической работы сжатия 1 кг газа:

$$l = - \int_{p_1}^{p_2} v \, dp. \quad (7.196a)$$

Следует стремиться организовать цикл компрессора таким образом, чтобы работа  $L$ , затрачиваемая в цикле на сжатие газа от давления  $p_1$  до давления  $p_2$ , была возможно меньшей, а также чтобы температура газа после сжатия была не слишком высокой, во всяком случае заведомо ниже температуры воспламенения масла, применяемого для смазки внутренних стенок цилиндра.

Целесообразно рассмотреть три варианта процесса сжатия: по адиабате, по изотерме и по политропе, расположенной между адиабатой и изотермой.

Если процесс сжатия в компрессоре осуществляется достаточно быстро, а цилиндр компрессора снабжен теплоизоляцией, то такой процесс сжатия с хорошим приближением можно считать адиабатным.

Если же предположить, что цилиндр компрессора помещен в термостат, в котором поддерживается температура  $T_1$  (температура газа в начале процесса сжатия — точка  $1$ ), и обеспечен идеальный теплообмен между газом в цилиндре и термостатом, то теплота, выделяющаяся при сжатии газа, будет отводиться в термостат и процесс сжатия будет идти по изотерме  $T_1 = \text{const}$ .

Как было показано в § 7.5, зависимость  $p$ ,  $V$  для изотермы имеет более пологий характер, чем для адиабаты (см. рис. 7.8). Отсюда следует, что в индикаторной диаграмме компрессора кривая процесса изотермического сжатия  $1-2a$  (рис. 7.25) идет более полого, чем кривая процесса адиабатного сжатия  $1-2b$ . Следовательно, в соответствии с уравнением (7.196) техническая работа цикла компрессора с изотермическим сжатием меньше работы цикла с адиабатным сжатием (площадь  $1-2a-3-4-1$  меньше площади  $1-2b-3-4-1$ ). Таким образом, применение изотерми-

<sup>1)</sup> Строго говоря, поскольку процесс сжатия газа в компрессоре разомкнутый, он не является циклом в принятом смысле этого слова. Однако с точки зрения термодинамического анализа можно считать, что рабочий процесс в компрессоре является замкнутым циклом. Нетрудно видеть, что это допущение никак не сказывается на результатах термодинамического анализа.

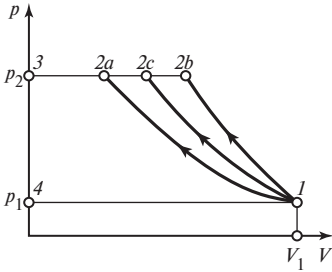


Рис. 7.25

ческого сжатия в компрессоре является энергетически более выгодным. Кроме того, изотермическое сжатие наилучшим образом удовлетворяет и второму упомянутому нами условию — возможно более низкой температуре газа в конце процесса сжатия; в случае изотермического сжатия  $T_2 = T_1$ .

На практике устройство, эквивалентное упомянутому нами термостату для обеспечения изотермичности, реализуется в виде водяной рубашки, окружающей стенки цилиндра компрессора. Охлаждающая вода, омывающая стенки компрессора, снижает температуру сжимаемого в компрессоре газа.

Вследствие того что скорость теплообмена конечна, а процесс сжатия в компрессоре осуществляется быстро, реальный процесс сжатия в охлаждаемом цилиндре компрессора никогда не бывает изотермическим, а представляет собой политропу, располагающуюся между изотермой и адиабатой (политропа 1-2с на рис. 7.25); очевидно, что показатель этой политропы  $1 < n < k$  (строго говоря, у реальных кривых сжатия газа в компрессорах показатель политропы меняется вдоль кривой, но для удобства анализа мы можем в первом приближении считать величину  $n$  одинаковой для всей кривой сжатия).

Техническая работа цикла компрессора вычисляется, как отмечено выше, с помощью уравнения (7.196). Интеграл, стоящий в правой части уравнения (7.196), наиболее точно может быть подсчитан методом численного интегрирования реальной индикаторной диаграммы. Однако для многих технически важных случаев, когда давление газа  $p_2$  не превышает 1000—2000 кПа, с точностью, вполне приемлемой для оценочных расчетов, можно считать сжимаемый газ идеальным, подчиняющимся уравнению Клапейрона.

Из уравнения политропы

$$p v^n = p_1 v_1^n$$

получаем:

$$v = \frac{p_1^{1/n}}{p^{1/n}} v_1. \tag{7.197}$$

Подставляя это выражение для  $v$  в уравнение (7.196а) и интегрируя, имеем:

$$l = -\frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]. \tag{7.198}$$

Для идеального газа это уравнение с учетом (1.23) может быть записано в следующем виде:

$$l = -\frac{n}{n-1} R T_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]. \tag{7.199}$$

Количество теплоты, отводимой от 1 кг идеального газа в процессе его сжатия, может быть подсчитано с помощью полученного нами ранее уравнения (7.94):

$$q_{1-2} = c_v \frac{k-n}{n-1} (T_1 - T_2).$$

Поскольку  $T_1 < T_2$ , величина  $q_{1-2}$  отрицательна; это и понятно, так как  $q_{1-2}$  — теплота, отводимая от газа.

Давления и удельные объемы газа в начале и в конце процесса сжатия связаны между собой обычным уравнением политропы

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n, \quad (7.200)$$

а температуры газа в начале и в конце процесса сжатия — уже известным нам уравнением (7.80):

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}.$$

С учетом этого соотношения уравнение (7.94) для величины  $q_{1-2}$  может быть преобразовано следующим образом:

$$q_{1-2} = -c_v T_1 \frac{k-n}{n-1} \left[ \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]. \quad (7.201)$$

Для сравнительного анализа часто бывает целесообразно определить характеристики компрессора, в котором процесс сжатия производится адиабатно. Естественно, в этом случае уравнения (7.198) и (7.199), полученные выше для компрессора с политропным сжатием, сохраняют свой вид, но вместо показателя политропы  $n$  в них появляется показатель адиабаты  $k$ .

Что касается изменения энтропии газа в процессе сжатия, то разность энтропий в точках конца и начала процесса сжатия  $s_2 - s_1$  определяется с помощью полученного нами уравнения (7.105) для политропного процесса:

$$s_2 - s_1 = c_n \ln \frac{T_2}{T_1},$$

где  $c_n$  — теплоемкость политропного процесса (постоянная для данного процесса), которая в случае идеального газа определяется соотношением (7.101).

Поскольку в процессе политропного сжатия с показателем  $1 < n < k$  всегда  $T_2 > T_1$ , а теплоемкость  $c_n < 0$  (см. рис. 7.9), то  $s_2 < s_1$  — энтропия газа в процессе сжатия уменьшается.

Процесс политропного сжатия в  $T, s$ -диаграмме (рис. 7.26) изображается линией с отрицательным наклоном  $1-2c$  (температура растет, а энтропия уменьшается), заключенной между изобарами  $p_1$  и  $p_2$ .

Если бы процесс сжатия был обратимым адиабатным, то очевидно, что энтропия газа в этом процессе оставалась бы неизменной,  $s_2 = s_1$  и кривая процесса была бы вертикальной<sup>1)</sup> ( $1-2b$ ). Наконец, в случае изотермического сжатия кривая процесса была бы горизонтальной ( $1-2a$ ).

Следует отметить, что к вопросу об определении технической работы цикла компрессора  $l$  можно подойти несколько иным путем, представляющим в ряде случаев самостоятельный интерес.

Поскольку в соответствии с первым законом термодинамики (2.57)

$$dq = dh - vdp,$$

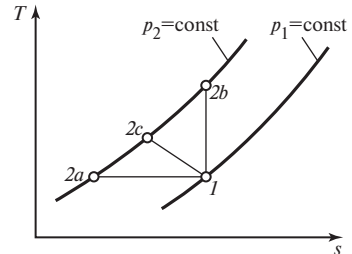


Рис. 7.26

<sup>1)</sup> В случае необратимого адиабатного сжатия за счет дополнительно выделяющейся теплоты трения энтропия газа возрастала бы и линия процесса имела бы положительный наклон.



то для адиабатного процесса ( $dq = 0$ )

$$vdp = dh.$$

Подставляя это соотношение в уравнение (7.196), получаем, что в случае адиабатного сжатия

$$l_{ад} = -(h_2 - h_1), \quad (7.202)$$

где  $h_2$  и  $h_1$  — энтальпия газа соответственно в точках конца и начала сжатия<sup>1)</sup> (знак «минус» перед скобкой показывает, что работа совершается *над* газом).

Если же в процессе сжатия от газа отводится теплота, то из (2.57) и (7.196а) следует, что

$$l = -(h_2 - h_1 - q_{1-2}). \quad (7.203)$$

Отметим, что значения  $h_2$ , фигурирующие в уравнениях (7.202) и (7.203), различны: как видно из рис. 7.26, состояние газа в конце адиабатного процесса сжатия соответствует точке  $2b$ , а состояние в конце политропного процесса сжатия — точке  $2c$  и, следовательно, разность энтальпий газа в этих состояниях ( $h_{2b} - h_{2c}$ ) равна в  $T, s$ -диаграмме площади под отрезком  $2c-2b$  изобары  $p_2 = \text{const}$ .

Сравним по абсолютной величине  $l_{ад}$  и  $l$  из (7.202) и (7.203):

$$|l_{ад}| - |l| = (h_{2b} - h_{2c}) + q_{1-2}. \quad (7.204)$$

Из рис. 7.26 очевидно, что  $q_{1-2}$  равно площади под линией  $1-2c$  в  $T, s$ -диаграмме (понятно, что в этом процессе  $q_{1-2} < 0$ ), а разность ( $|l_{ад}| - |l|$ ) изображается в этой диаграмме площадью  $1-2c-2b-1$ . Отсюда особенно отчетливо видно, что чем больше теплоты отводится от газа в процессе сжатия, т.е. чем ближе политропа сжатия  $1-2c$  к изотерме  $1-2a$ , тем меньшую работу надо затратить на сжатие газа (по сравнению с работой в случае адиабатного сжатия).

Следует отметить одно важное обстоятельство. Уравнения (7.198), (7.199) для  $l$  и (7.201) для  $q_{1-2}$  выведены нами для обратимого процесса сжатия газа [(7.198) применимо к реальным, а (7.199) — только к идеальным газам]. Между тем реальный процесс сжатия газа в компрессоре сопровождается неизбежными, большими или меньшими (в зависимости от свойств данного газа и конструкции конкретного компрессора) потерями энергии на трение, превращающейся в теплоту (обозначим ее  $q_{тр}$ ). Отсюда следует, что в реальном компрессоре, сжимающем газ от давления  $p_1$  до давления  $p_2$ , техническая работа цикла будет больше работы, определяемой по уравнению (7.198), на работу  $l_{тр}$ , необходимую для преодоления трения в компрессоре. Понятно, что вся эта работа перейдет в теплоту ( $l_{тр} = q_{тр}$ ), которую нужно будет отвести от газа.

Для сжатия газа в реальном компрессоре (при наличии трения) уравнение (7.203) должно быть записано в следующем виде:

$$l_{реальн} = -(h_2 - h_1 - q_{1-2} - q_{тр}), \quad (7.205)$$

где

$$l_{реальн} = l + l_{тр} \quad (7.206)$$

— сумма технической работы цикла и работы, затрачиваемой на преодоление трения.

**Многоступенчатые компрессоры.** Иногда требуется получить в компрессоре высокое значение давления сжатого газа  $p_2$  при сравнительно небольшом  $p_1$ , т.е. создать компрессор с большим значением отношения давлений  $p_2/p_1$ . Если величина  $p_2/p_1$  достаточно велика, то даже при весьма совершенном охлаждении стенок цилиндра температура газа в конце процесса сжатия  $T_2$  зачастую получается недопустимо большой. Для того чтобы преодолеть эту трудность, используют так называемые многоступенчатые компрессоры, в кото-

<sup>1)</sup> Заметим, что уравнение справедливо и для реальных, и для идеальных газов.

рых процесс сжатия осуществляется последовательно в нескольких охлаждаемых цилиндрах (рис. 7.27, I—III), причем важной особенностью этой схемы компрессора является то, что газ, выходящий из одного цилиндра, охлаждается в специальном теплообменнике (холодильнике) и только после этого поступает в следующий цилиндр. Теплообменник с развитыми поверхностями охлаждения обеспечивает несравненно более эффективный отвод теплоты, чем водяная рубашка цилиндра компрессора. Эти теплообменники-холодильники позволяют снизить температуру газа после ступени компрессора практически до температуры на входе в компрессор  $T_1$ .

Индикаторная диаграмма трехступенчатого компрессора изображена на рис. 7.28. В первой ступени компрессора газ сжимается от давления  $p_1$  до давления  $p_{II}$  (сжатие идет по политропе  $l-a$ ). Затем, выйдя из цилиндра первой ступени, газ по изобаре  $p_{II} = \text{const}$  охлаждается в холодильнике I (см. рис. 7.27) до исходной температуры  $T_1$  (точка  $b$ , так же как и точка  $l$ , лежит на изотерме  $l-b-d-e$ , соответствующей температуре  $T_1 = \text{const}$ ). После этого газ поступает в цилиндр второй ступени, где по политропе  $b-c$  сжимается до давления  $p_{III}$ . Далее следует охлаждение по изобаре  $p_{III} = \text{const}$  в холодильнике II (см. рис. 7.27) до температуры  $T_1$ . Затем газ с параметрами  $p_{III}$  и  $T_1$  поступает в цилиндр третьей ступени, где по политропе  $d-2$  сжимается до нужного давления  $p_2$ .

Из индикаторной диаграммы, приведенной на рис. 7.28, видно, что использование многоступенчатого компрессора вместо одноступенчатого для одной и той же величины  $p_2/p_1$  обеспечивает, помимо меньшей температуры сжатого газа, существенный выигрыш в технической работе цикла; этот выигрыш в работе  $l$  равен площади  $a-f-2-d-c-b-a$  (на рис. 7.28 заштрихована).

При рассмотрении принципа работы многоступенчатого компрессора, естественно, возникает вопрос: каким образом распределить между отдельными ступенями компрессора общее отношение давлений  $p_2/p_1$ ? При решении этой задачи исходят из следующего условия: распределение перепада давления между ступенями должно быть таким, чтобы суммарная техническая работа цикла всего компрессора была минимальной. Как показывает анализ, для компрессора с числом ступеней  $m$  этому условию отвечает отношение давлений на ступени

$$\frac{p_{\text{вых.ст}}}{p_{\text{вх.ст}}} = m \sqrt[m]{\frac{p_2}{p_1}}, \quad (7.207)$$

одинаковое для всех ступеней компрессора.

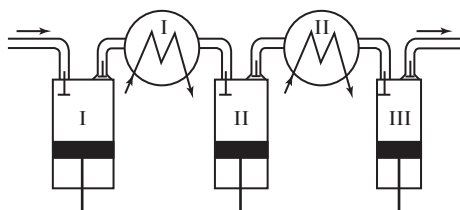


Рис. 7.27

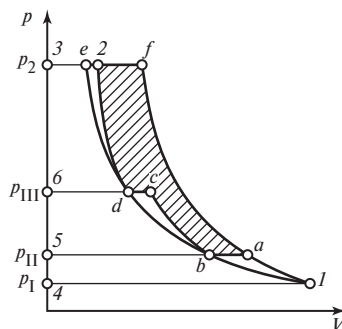


Рис. 7.28

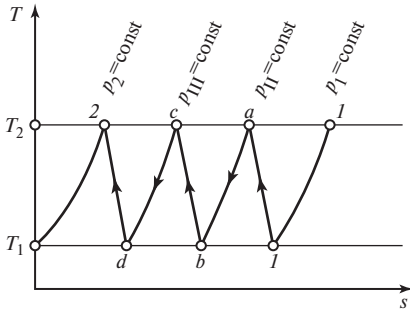


Рис. 7.29

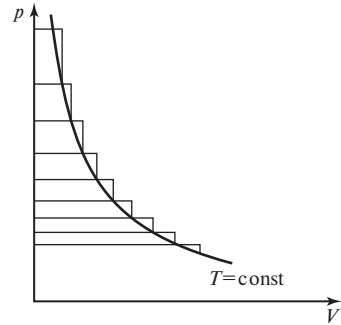


Рис. 7.30

Отсюда следует, что если температуры газа на входе в каждую ступень компрессора одинаковы и равны  $T_1$ , то в соответствии с уравнением (7.201) количества теплоты  $q$ , отводимой в каждой ступени компрессора, одинаковы; следовательно, одинаковы и количества теплоты, отводимой в холодильниках между ступенями.

Наконец, из уравнения (7.80) очевидно, что перепады температур в этом случае будут одинаковы для всех ступеней компрессора.

В  $T, s$ -диаграмме процесс сжатия в многоступенчатом компрессоре изображен на рис. 7.29.

Если число ступеней компрессора сделать весьма большим, то в индикаторной диаграмме процесс сжатия будет близок к изотермическому (рис. 7.30). Вопрос о выборе числа ступеней, обеспечивающих заданное сжатие газа, решается на основе не столько термодинамических, сколько общих технических и технико-экономических соображений.

До сих пор мы рассматривали идеализированные индикаторные диаграммы поршневого компрессора, несколько отличающиеся от реальных индикаторных диаграмм. Это отличие состоит в следующем.

По конструкционным соображениям поршень в цилиндре компрессора при выталкивании газа не подходит вплотную к левой стенке цилиндра (см. рис. 7.21). Поэтому в цилиндре существует так называемое вредное пространство; величина вредного пространства может составлять до 10 % рабочего объема цилиндра. Очевидно, что из-за наличия вредного пространства не весь газ выходит из цилиндра в процессе выталкивания — в цилиндре остается газ, заполняющий вредное пространство цилиндра при давлении  $p_2$  (на реальной индикаторной диаграмме, которая представлена на рис. 7.31, вредное пространство соответствует объему  $V_3$ ).

При обратном ходе поршня давление газа во вредном пространстве будет постепенно уменьшаться (кривая 3—4 на рис. 7.31), и всасывающий клапан цилиндра откроется лишь тогда, когда давление во вредном пространстве станет несколько меньше, чем  $p_1$ . Вследствие гидравлического сопротивления всасывающий клапан откроется только тогда, когда давление в цилиндре станет меньше давления в резервуаре низкого давления, а нагнетательный клапан — когда давление в цилиндре станет больше, чем давление в резервуаре высокого давления. Наличие вредного пространства в цилиндре компрессора снижает производительность компрессора — оно приводит к уменьшению количества газа, засасываемого поршнем за один цикл.

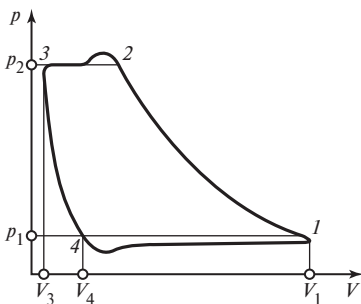


Рис. 7.31

Вместе с тем следует отметить, что техническая работа цикла, затрачиваемая на сжатие 1 кг газа, при наличии вредного пространства остается той же, что и при его отсутствии. В самом деле, как видно из индикаторной диаграммы (см. рис. 7.31), в политропном процессе 1-2 работа затрачивается на сжатие газа, занимающего в начале процесса сжатия объем  $V_1$ , от давления  $p_1$  до давления  $p_2$ . В то же время в политропном процессе 3-4 сжатый газ, заключенный во вредном пространстве цилиндра и расширяющийся от давления  $p_2$  до давления  $p_1$ , производит работу; в этом процессе принимает участие количество газа, занимающее при давлении  $p_1$  объем  $V_4$ . Отсюда следует, что техническая работа цикла компрессора при наличии вредного пространства (обозначим эту работу  $L^*$ ) с учетом (7.198) может быть представлена следующим образом:

$$L^* = -\frac{n}{n-1} p_1 V_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] + \frac{n}{n-1} p_1 V_4 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right], \quad (7.208)$$

откуда

$$L^* = -\frac{n}{n-1} p_1 (V_1 - V_4) \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]. \quad (7.209)$$

Поскольку  $(V_1 - V_4)$  — объем рабочего пространства цилиндра, масса засасываемого (и, следовательно, выталкиваемого в резервуар высокого давления) газа  $G^*$  равна:

$$G^* = \frac{p_1 (V_1 - V_4)}{RT_1}. \quad (7.210)$$

Выразив отсюда величину  $p_1 (V_1 - V_4)$  и подставив ее в (7.209), получим:

$$L^* = -\frac{n}{n-1} RT_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] G^*,$$

откуда для 1 кг газа следует соотношение, совпадающее с (7.199).

Как и во всякой реальной машине, в реальном компрессоре работа, затрачиваемая на сжатие газа, оказывается большей, чем техническая работа цикла компрессора, определяемая уравнением (7.198), полученным нами для идеализированного компрессора без учета многих факторов, таких как трение между поршнем и цилиндром, штоком и сальником, некоторая неплотность клапанов поршня, сальников, нагрев всасываемого газа от стенок цилиндра, нагревающихся при сжатии, уже упомянутые нами потери на дросселирование в клапанах и т.д.

Поэтому расчет реальных компрессоров ведется с использованием различных коэффициентов, учитывающих степень несовершенства различных узлов компрессора. Детальное рассмотрение расчета реальных компрессоров выходит за пределы настоящей книги.

Нетрудно понять, что описание процессов в ротационных компрессорах по существу ничем не отличается от описания процессов в поршневых компрессорах.

Несмотря на кажущиеся большие отличия принципа действия компрессоров динамического сжатия (центробежных и осевых) от принципа действия поршневых компрессоров, соответствующий анализ показывает, что процессы в компрессорах динамического сжатия характеризуются теми же термодинамическими соотношениями, что и процессы в поршневом компрессоре.

Чтобы убедиться в этом, уравнение первого закона термодинамики для потока (2.77)

$$q_{1-2} = (h_2 - h_1) + \frac{(w_2^2 - w_1^2)}{2} + g(z_2 - z_1) + l_{\text{техн}} + l_{\text{тр}}$$

запишем для процесса течения газа в центробежном компрессоре (без трения). Индексом 1 обозначим состояние газа во входном, индексом 2 — в выходном патрубках компрессора. Разностью  $z_2 - z_1$  можно пренебречь вследствие ее малости. Далее, можно положить  $w_1 \approx w_2 \approx 0$  — скорости газа на входе в рабочие лопатки диска компрессора  $w_1$  и на выходе из диффузора  $w_2$  действительно весьма малы. Применительно к процессу сжатия газа в компрессоре фигурирующая в (2.77) величина  $l_{\text{техн}}$  представляет собой техническую работу сжатия газа в цикле компрессора, определяемую уравнением (7.196а). Обозначим ее, как и ранее, через  $l$ . С учетом этих оговорок получаем из (2.77):

$$q_{1-2} = (h_2 - h_1) + l.$$

В этом уравнении  $q_{1-2}$  — теплота, отводимая от газа в процессе его сжатия. Учитывая, что  $q_{1-2} < 0$  (теплота отводится), получаем  $l = -(h_2 - h_1 - q_{1-2})$ , что совпадает с уравнением (7.203) для поршневого компрессора. Отсюда видно, что процесс сжатия в центробежном компрессоре действительно описывается теми же уравнениями, которые применяются для описания сжатия в поршневом компрессоре.

**Эжектор.** В заключение следует упомянуть о так называемом *струйном компрессоре* или *эжекторе*. Эжектором называют устройство для сжатия и перемещения газов, паров, а также жидкостей. Принцип действия эжектора основан на передаче энергии одной среды, движущейся с высокой скоростью (рабочая среда), другой (подсасываемая среда). Сжатие и перемещение подсасываемой среды достигаются посредством передачи ей части кинетической энергии рабочей среды в процессе их смешения. Принципиальная схема эжектора изображена на рис. 7.32. Рабочая среда (газ или пар высокого давления) расширяется в сопле 1 и поступает в камеру смешения 2. Сюда же поступает из всасывающей камеры 3 подлежащая сжатию подсасываемая среда (газ или пар низкого давления). Из камеры смешения смесь этих двух сред поступает в диффузор 4, в котором кинетическая энергия струи переходит в потенциальную энергию с повышением давления.

Очевидно, что процесс смешения в эжекторе представляет собой одну из разновидностей процессов смешения, рассмотренных ранее в § 7.8, — смешение в потоке. Следует отметить необратимый характер процесса смешения в эжекторе — часть кинетической энергии рабочей струи расходуется на гидродинамические потери: эта особенность работы эжектора и определяет его низкую экономичность, которая иногда окупается чрезвычайной простотой устройства эжектора.

Принципиальное различие процессов в эжекторе и в компрессоре состоит в том, что сжатие газа или пара в эжекторе осуществляется не внешним источником механической работы, а рабочей средой, которая смешивается с подсасываемой средой.

По виду рабочей и подсасываемой сред эжекторы подразделяются на различные типы: газо-газовые, парогазовые, жидкостно-газовые, жидкостно-жидкостные, парожидкостные (парожидкостный эжектор обычно называют инжектором). Рабочая и подсасываемая среды могут быть как одним и тем же веществом, так и разными веществами.

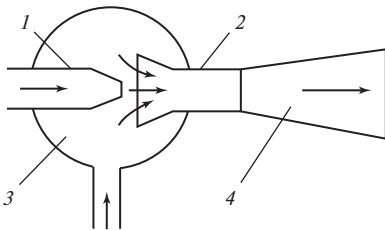


Рис. 7.32